

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta elektrotechniky a informatiky

Katedra Elektroniky

**Modelování a simulace pohonu s trojfázovým asynchronním motorem s
proměnnými parametry**

**Modelling and Simulation of 3 - phases Induction Motor Drive with
Variable Parameters**

2015

Bc. Petr Janča

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra elektroniky

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Petr Janča**
Studijní program: N2649 Elektrotechnika
Studijní obor: 2612T015 Elektronika
Téma: Modelování a simulace pohonu s trojfázovým asynchronním motorem s
proměnnými parametry
Modelling and Simulation of 3-phases Induction Motor Drive with
Variable Parameters

Zásady pro vypracování:

1. Vytvoření matematického trojsložkového modelu asynchronního motoru s proměnlivými parametry
2. Sestavení simulačního trojsložkového modelu asynchronního motoru s proměnlivými parametry
3. Sestavení matematického a simulačního modelu napěťového střídače
4. Simulační ověření pohonu – porovnání chování dvojsložkového modelu s konstantními parametry a trojsložkového modelu asynchronního motoru s proměnlivými parametry při napájení harmonickým napětím a z napěťového střídače

Seznam doporučené odborné literatury:


ČERNÝ M.: Elektrické pohony II. VUT Brno 1979.
FIRAGO, B.I., PAVJÁČIK, L. B.: Teorie elektroprivoda. ZAO „Těchnoperspektiva“ Minsk 2004. ISBN 985-6591-20-1.
FIRAGO, B.I., PAVJÁČIK, L. B.: Regulirujemyje elektroprivody përemennogo toka. ZAO „Těchnoperspektiva“ Minsk 2006. ISBN 985-6591-37-6.
NEBORÁK, I.: Modelování a simulace elektrických regulovaných pohonů. Monografie, VŠB-TU Ostrava 2002, 172 stran, ISBN 80-248-0083-7.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Ivo Neborák, CSc.**


Datum zadání: 01.09.2014

Datum odevzdání: 07.05.2015



doc. Ing. Petr Palacký, Ph.D.
vedoucí katedry



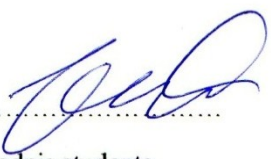


prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

V Ostravě dne 6.5.2015


.....
podpis studenta

Rád bych vyjádřil poděkování panu doc. Ing. Ivo Neborákovi, CSc. za odborné vedení, cenné rady a připomínky, které mi poskytl při zpracování mé diplomové práce.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá modelováním a simulací pohonu s trojfázovým asynchronním motorem s proměnnými parametry. Cílem práce je porovnání simulačních vlastností tohoto typu pohonu s již ověřeným dvoufázovým modelem s konstantními parametry. První část je věnována teoretickému rozboru, kde jsou definovány matematické modely obou variant pohonů a rozdíly mezi nimi. Druhá část je zaměřena na návrh a sestavení simulačního modelu, vycházejícího z matematických modelů. Simulační model je realizován v programu Matlab/Simulink.

Klíčové slova

Asynchronní motor, matematický model, simulační model

Abstract

This thesis deals with the modeling and simulation of three - phases induction motor drive with variable parameters. The aim is to compare simulation characteristics of this type of drive has proven two-phase model with constant parameters. The first part focuses on theoretical analysis, which are defined by mathematical models of both variants motor drives and the differences between them. The second part focuses on the design and construction of a simulation model based on mathematical models. The simulation model is implemented in Matlab / Simulink.

Keywords

Induction motor drive, mathematical model, simulation model

Obsah

| | |
|--|----|
| Seznam použitých zkratk a symbolů | 7 |
| 1 Úvod | 12 |
| 2 Teoretický rozbor | 13 |
| 2.1 Matematický model asynchronního motoru | 13 |
| 2.2 Dvousložkový model AM | 19 |
| 2.2.1 Transformace 3/2 | 19 |
| 2.2.2 Komplexní systémy souřadnic | 20 |
| 2.3 Vliv nasycení hlavního magnetického obvodu | 24 |
| 2.4 Matematický model napěťového střídače s komparační PWM | 26 |
| 3 Praktická část | 28 |
| 3.1 Napájení AM | 28 |
| 3.2 Trojsložkový simulační model | 29 |
| 3.2.1 Model s uvažováním konstantních parametrů matice C | 29 |
| 3.2.2 Model s uvažováním úhlu natočení rotoru vůči statoru ϑ | 32 |
| 3.3 Dvousložkový simulační model | 35 |
| 3.4 Výsledky simulace | 37 |
| 3.4.1 Simulace s harmonickým napájením | 37 |
| 3.4.2 Simulace s napájením ze střídače řízeným PWM | 39 |
| 3.4.3 Simulace při zatížení s harmonickým napájením | 40 |
| 3.4.4 Simulace při zatížení s napájením ze střídače řízeným PWM | 42 |
| 3.4.5 Shrnutí poznatků ze simulací | 43 |
| Závěr | 45 |
| Použitá literatura | 46 |
| Příloha | 47 |

Seznam použitých zkratek a symbolů

| | | |
|---------------|---|------|
| f | frekvence napájecí sítě | [Hz] |
| i_a | proud fáze a | [A] |
| i_b | proud fáze b | [A] |
| i_c | proud fáze c | [A] |
| i_m | magnetizační proud | [A] |
| i_{mn} | jmenovitý magnetizační proud při jmenovitém zatížení | [A] |
| $i_{m\alpha}$ | reálná složka magnetizačního proudu v systému $\alpha\beta$ | [A] |
| $i_{m\beta}$ | imaginární složka magnetizačního proudu v systému $\alpha\beta$ | [A] |
| i_{ra} | rotorový proud fáze a | [A] |
| i_{rb} | rotorový proud fáze b | [A] |
| i_{rc} | rotorový proud fáze c | [A] |
| $i_{r\alpha}$ | reálná složka rotorového proudu v systému $\alpha\beta$ | [A] |
| $i_{r\beta}$ | imaginární složka rotorového proudu v systému $\alpha\beta$ | [A] |
| i_{sa} | statorový proud fáze a | [A] |
| i_{sb} | statorový proud fáze b | [A] |
| i_{sc} | statorový proud fáze c | [A] |
| i_{sd} | reálná složka statorového proudu v systému dq | [A] |
| i_{sq} | imaginární složka statorového proudu v systému dq | [A] |
| i_{sx} | reálná složka statorového proudu v systému xy | [A] |
| i_{sy} | imaginární složka statorového proudu v systému xy | [A] |
| $i_{s\alpha}$ | reálná složka statorového proudu v systému $\alpha\beta$ | [A] |
| $i_{s\beta}$ | imaginární složka statorového proudu v systému $\alpha\beta$ | [A] |

| | | |
|---------------|---|----------------------|
| i_{s0} | nulová složka statorového proudu | [A] |
| J_C | celkový moment setrvačnosti | [kg·m ²] |
| K_μ | konstanta pro určení okamžité magnetizační indukčnosti | [-] |
| L_m | magnetizační (hlavní) indukčnost | [H] |
| L_{mn} | jmenovitá magnetizační indukčnost při i_{mn} | [H] |
| L_r | vlastní indukčnost rotorového vinutí | [H] |
| L_{ra} | vlastní indukčnost rotorového vinutí fáze a | [H] |
| L_{rb} | vlastní indukčnost rotorového vinutí fáze b | [H] |
| L_{rc} | vlastní indukčnost rotorového vinutí fáze c | [H] |
| L_{rab} | vzájemná indukčnost rotorového vinutí mezi fázemi ab | [H] |
| L_{rac} | vzájemná indukčnost rotorového vinutí mezi fázemi ac | [H] |
| L_{rbc} | vzájemná indukčnost rotorového vinutí mezi fázemi bc | [H] |
| $L_{r\sigma}$ | rozptylová indukčnost rotorového vinutí | [H] |
| L_s | vlastní indukčnost statorového vinutí | [H] |
| L_{sa} | vlastní indukčnost statorového vinutí fáze a | [H] |
| L_{sb} | vlastní indukčnost statorového vinutí fáze b | [H] |
| L_{sc} | vlastní indukčnost statorového vinutí fáze c | [H] |
| L_{sab} | vzájemná indukčnost statorového vinutí mezi fázemi ab | [H] |
| L_{sac} | vzájemná indukčnost statorového vinutí mezi fázemi ac | [H] |
| L_{sbc} | vzájemná indukčnost statorového vinutí mezi fázemi bc | [H] |
| L_{sr}^{aa} | vzájemná indukčnost mezi fází a statoru a fází a rotoru | [H] |
| L_{sr}^{xx} | vzájemná indukčnost mezi fází x statoru a fází x rotoru | [H] |
| $L_{s\sigma}$ | rozptylová indukčnost statorového vinutí | [H] |
| M | vzájemná indukčnost mezi statorovým a rotorovým vinutím | [H] |

| | | |
|------------|--|-------|
| M_e | moment motoru | [N·m] |
| M_{pm} | moment pohybového mechanismu | [N·m] |
| M_r | vzájemná indukčnost mezi jednotlivými fázemi rotoru | [H] |
| M_s | vzájemná indukčnost mezi jednotlivými fázemi statoru | [H] |
| p_p | počet pólových dvojic motoru | [-] |
| ra | označení fáze a rotoru | [-] |
| rb | označení fáze b rotoru | [-] |
| rc | označení fáze c rotoru | [-] |
| R_r | odpor fáze rotoru | [Ω] |
| R'_r | přepočtený odpor fáze rotoru na stator | [Ω] |
| R_s | odpor fáze statoru | [Ω] |
| sa | označení fáze a statoru | [-] |
| sb | označení fáze b statoru | [-] |
| sc | označení fáze c statoru | [-] |
| u_a | napětí fáze a | [V] |
| u_{a0} | pomocné napětí fáze a | [V] |
| u_b | napětí fáze b | [V] |
| u_{b0} | pomocné napětí fáze b | [V] |
| u_c | napětí fáze c | [V] |
| u_{c0} | pomocné napětí fáze c | [V] |
| u_p | pilovité (trojúhelníkové) napětí | [V] |
| u_{ra} | napětí rotoru fáze a | [V] |
| u_{refa} | referenční napětí fáze a | [V] |
| u_{rb} | napětí rotoru fáze b | [V] |

| | | |
|------------------|--|------------------------|
| u_{refb} | referenční napětí fáze b | [V] |
| u_{rc} | napětí rotoru fáze c | [V] |
| u_{refc} | referenční napětí fáze c | [V] |
| $u_{r\alpha}$ | reálná složka rotorového napětí v systému $\alpha\beta$ | [V] |
| $u_{r\beta}$ | imaginární složka rotorového napětí v systému $\alpha\beta$ | [V] |
| u_{sa} | napětí statoru fáze a | [V] |
| u_{sb} | napětí statoru fáze b | [V] |
| u_{sc} | napětí statoru fáze c | [V] |
| $u_{s\alpha}$ | reálná složka statorového napětí v systému $\alpha\beta$ | [V] |
| $u_{s\beta}$ | imaginární složka statorového napětí v systému $\alpha\beta$ | [V] |
| U_d | napětí ve stejnosměrném meziobvodu | [V] |
| Ψ_{ra} | magnetický spřažený tok vinutí a rotoru | [Wb] |
| Ψ_{rb} | magnetický spřažený tok vinutí b rotoru | [Wb] |
| Ψ_{rc} | magnetický spřažený tok vinutí c rotoru | [Wb] |
| $\Psi_{r\alpha}$ | reálná sl. magnetického spřaženého toku rotoru v systému $\alpha\beta$ | [Wb] |
| $\Psi_{r\beta}$ | imaginární sl. magnetického spřaženého toku rotoru v sys. $\alpha\beta$ | [Wb] |
| Ψ_{sa} | magnetický spřažený tok vinutí a statoru | [Wb] |
| Ψ_{sb} | magnetický spřažený tok vinutí b statoru | [Wb] |
| Ψ_{sc} | magnetický spřažený tok vinutí c statoru | [Wb] |
| $\Psi_{s\alpha}$ | reálná sl. magnetického spřaženého toku statoru v systému $\alpha\beta$ | [Wb] |
| $\Psi_{s\beta}$ | imaginární sl. magnetického spřaženého toku statoru v sys. $\alpha\beta$ | [Wb] |
| ω_{el} | elektrická úhlová rychlost | [rad·s ⁻¹] |
| ω_k | obecná úhlová rychlost rotujícího souřadného systému | [rad·s ⁻¹] |

| | | |
|-------------|--|------------------------------------|
| ω_m | mechanická úhlová rychlost | $[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$ |
| ω_s | úhlová rychlost točivého magnetického pole statoru | $[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$ |
| π | pí - Ludolfovo číslo | $[-]$ |
| σ | činitel rozptylu | $[-]$ |
| ϑ | úhel natočení rotoru vůči statoru | $[\circ]$ |

1 Úvod

V této diplomové práci se budu zabývat modelováním a simulací chování asynchronního motoru (AM) při rozběhu. Hlavním bodem vypracování je vytvořit trojsložkový model AM s proměnnými parametry a porovnat s již ověřeným dvousložkovým modelem AM s parametry konstantními. Proměnným parametrem zde bude časově proměnlivý úhel natočení jednotlivých fází rotoru vůči fázím statoru. Tento parametr se nachází v matici 2.16, jež je součástí vztahů pro realizaci toků 2.13 resp. proudů 3.6. Doplnujícím proměnným parametrem, který se nachází u obou modelů, bude magnetizační indukčnost (hlavní indukčnost). Pro zajímavost zde ještě vytvořím další trojsložkový model, neuvažující zmíněný úhel natočení, dle vztahů 2.18 – 2.23, nacházející se v literatuře [2].

Postup ve vypracování sestává z vytvoření matematických modelů AM ve dvousložkovém tvaru, trojsložkovém tvaru a modelu napěťového střídače s komparačním PWM řízení. Z těchto matematických modelů budu následně vycházet pro modely simulační a to v programu Matlab/Simulink, kde poté porovnáím uvedené typy modelů s rozdílným napájením.

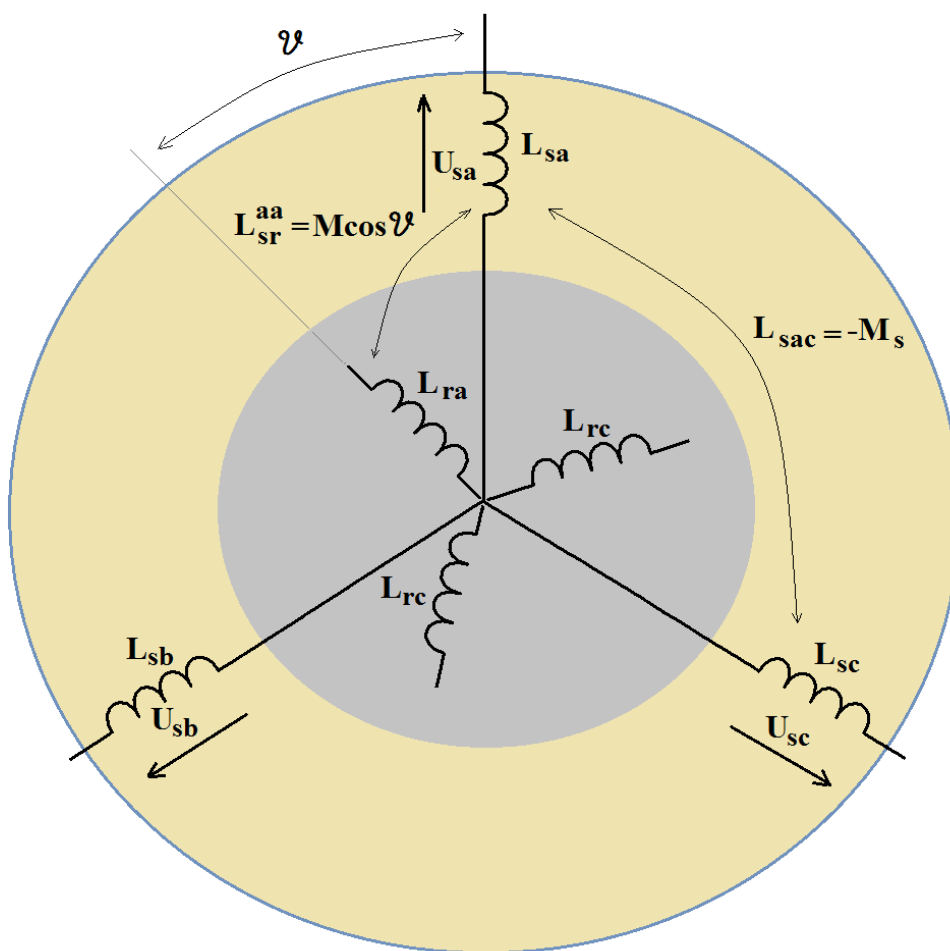
Teoretická část obsahuje nahlédnutí na zjednodušené schéma asynchronního motoru a jeho základních rovnic, z nichž vycházejí matematické modely. Konkrétně se budu zabývat proudově - tokovými modely, kde stavovou proměnou jsou jak magnetický spřažený tok, tak i proudy statoru a rotoru. Dále popíši proměnlivé parametry, které se v matematických modelech vyskytují, rozdíl mezi troj a dvousložkovým modelem, transformace nutné ke správným úpravám ve strukturách, co je nasycení magnetického obvodu u AM a nakonec se zmíním o napěťovém střídači a jeho matematickém modelu.

Praktická část je zaměřená na sestavení simulačních modelů již zmíněných struktur a jejich výstupních průběhů.

2 Teoretický rozbor

2.1 Matematický model asynchronního motoru

Pro jednoduché pochopení postačí obr. 1, na němž je v osách znázorněno rozložení 3 fázového statorového a rotorového vinutí. Jednotlivé fáze statoru jsou označeny písmeny sa , sb , sc a fáze rotoru ra , rb , rc . Při sestavení základních rovnic motoru je nutné uvažovat úhel ϑ , o který jsou v každém okamžiku posunuty jednotlivé fáze rotoru vůči jednotlivým fázím statoru. Zmíněné fáze reprezentují vlastní indukčnosti, jež jsou mezi sebou symetricky vzájemně posunuty o úhel $\alpha = 2\pi/3$. Tyto vlastní indukčnosti nejsou závislé na poloze statoru a rotoru. Jejich velikost je obecně dána dle vzorců 2.1 a 2. 2. [1]



Obr. 1 – Rozložení vinutí statoru a rotoru

$$L_{sa} = L_{sb} = L_{sc} = L_m + L_{s\sigma} = L_s \quad (2.1)$$

$$L_{ra} = L_{rb} = L_{rc} = L_m + L_{r\sigma} = L_r \quad (2.2)$$

Z výše uvedených rovnic lze adekvátně určit celkovou vlastní indukčnost jedné fáze statoru či rotoru pouze pro soustavu dvoufázovou. U trojfázového modelu je také třeba uvažovat vliv dalších fází statoru resp. rotoru, což napravují následující vztahy

$$L_{s1} = L_s - M_s \quad (2.3)$$

$$L_{r1} = L_r - M_r \quad (2.4)$$

Vzájemné indukčnosti mezi jednotlivými fázemi statoru resp. rotoru nejsou závislé na poloze natočení rotoru vůči statoru.

$$L_{sab} = L_{sac} = L_{sbc} = -M_s = \frac{M}{2} \quad (2.5)$$

$$L_{rab} = L_{rac} = L_{rbc} = -M_r = \frac{M}{2} \quad (2.6)$$

Naopak u vzájemné indukčnosti mezi jednotlivými fázemi statoru a rotoru, jak je naznačeno na obr. 1, už k závislosti dochází. V rovnicích níže označují horní indexy fáze, mezi kterými se vzájemná indukčnost uvažuje a indexy dolní, odkud vzájemná indukčnost působí.

$$L_{sr}^{aa} = L_{rs}^{aa} = L_{sr}^{bb} = L_{rs}^{bb} = L_{sr}^{cc} = L_{rs}^{cc} = M \cdot \cos \vartheta \quad (2.7)$$

$$L_{sr}^{ab} = L_{rs}^{ba} = L_{sr}^{bc} = L_{rs}^{cb} = L_{sr}^{ca} = L_{rs}^{ac} = M \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.8)$$

$$L_{sr}^{ac} = L_{rs}^{ca} = L_{sr}^{ba} = L_{rs}^{ab} = L_{sr}^{cb} = L_{rs}^{bc} = M \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.9)$$

Vzájemná indukčnost je pro trojfázový systém definována dle vztahu 2.10. Magnetizační indukčnost L_m zde dosazujeme buďto přímo jmenovitou (konstantní) nebo zaváděnou (proměnnou) v každém kroku simulace.

$$M = \frac{2}{3} \cdot L_m \quad (2.10)$$

Pro jednotlivá vinutí statoru a rotoru AM platí obecně následující napěťové rovnice:

$$u_{s\,a,b,c} = i_{s\,a,b,c} \cdot R_s + \frac{d\Psi_{s\,a,b,c}}{dt} \quad (2.11)$$

$$u_{r\,a,b,c} = i_{r\,a,b,c} \cdot R_r + \frac{d\Psi_{r\,a,b,c}}{dt} \quad (2.12)$$

Výpočet magnetického toku vinutí jedné fáze je tvořen výsledným účinkem všech proudů stroje a pro přehlednost se uvádí v maticovém tvaru. U trojsložkového modelu budou zmíněny dvě varianty vyhodnocení všech toků. I když se jedná o poznatky odlišných autorů, bude zde snaha o ztotožnění jednotlivých koeficientů, jež jsou součástí maticových zápisů.

Dle rovnice 2.13 lze matici C uvažovat následovně:

- a) s časově proměnným úhlem natočení rotoru vůči statoru [1]
- b) s konstantními parametry matice C (dle literatury [2])

$$\Psi = C \cdot i \quad (2.13)$$

ad. A)

S uvažováním časově proměnného úhlu natočení rotoru vůči statoru ϑ je celkový vektor magnetického spřaženého toku (2.14) dán součinem vektoru celkového proudu 2.15 a matice 2.16.

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{sa} \\ \Psi_{sb} \\ \Psi_{sc} \\ \Psi_{ra} \\ \Psi_{rb} \\ \Psi_{rc} \end{bmatrix} \quad i = \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \\ I_{ra} \\ I_{rb} \\ I_{rc} \end{bmatrix} \quad (2.14,15)$$

$$C = \begin{bmatrix} L_{s1} & -M_s & -M_s & M \cdot \cos \vartheta & M \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & M \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ -M_s & L_{s1} & -M_s & M \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & M \cdot \cos \vartheta & M \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -M_s & -M_s & L_{s1} & M \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & M \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & M \cdot \cos \vartheta \\ M \cdot \cos \vartheta & M \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & M \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{r1} & -M_r & -M_r \\ M \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & M \cdot \cos \vartheta & M \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & -M_r & L_{r1} & -M_r \\ M \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & M \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) & M \cdot \cos \vartheta & -M_r & -M_r & L_{r1} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Příklad výpočtu pro magnetický tok statoru fáze *a*:

$$\Psi_{sa} = i_{sa} \cdot L_{s1} - M_s \cdot i_{sb} - M_s \cdot i_{sc} + (M \cdot \cos \vartheta) \cdot i_{ra} + \left(M \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \right) \cdot i_{rb} + \left(M \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \cdot i_{rc} \quad (2.17)$$

U realizace simulačního modelu s časově proměnným úhlem ϑ je nutno podotknout, že před výpočtem momentu musíme nejprve provést transformaci proudů a toků z trojfázové do dvoufázové soustavy a až poté z nich adekvátně určit výsledný moment. Zmíněnou transformací se zabývá kapitola 2.2.2, kde konkrétní vztah pro výpočet momentu je dán rovnicí 2.51.

ad. B)

Při neuvažování úhlu natočení již nebudou koeficienty matice proměnné v čase, což dokumentuje následující varianta pro výpočet magnetických toků. Tento způsob vyhodnocování popisují rovnice 2.18-23, které lze také přetransformovat do maticového zápisu. [2]

$$\Psi_{sa} = i_{sa} \cdot L_{sa} - \frac{L_m}{2} \cdot i_{sb} - \frac{L_m}{2} \cdot i_{sc} + L_m \cdot \left(i'_{ra} - \frac{i'_{rb}}{2} - \frac{i'_{rc}}{2} \right); \quad (2.18)$$

$$\Psi_{sb} = i_{sb} \cdot L_{sb} - \frac{L_m}{2} \cdot i_{sc} - \frac{L_m}{2} \cdot i_{sa} + L_m \cdot \left(i'_{rb} - \frac{i'_{rc}}{2} - \frac{i'_{ra}}{2} \right); \quad (2.19)$$

$$\Psi_{sc} = i_{sc} \cdot L_{sc} - \frac{L_m}{2} \cdot i_{sa} - \frac{L_m}{2} \cdot i_{sb} + L_m \cdot \left(i'_{rc} - \frac{i'_{ra}}{2} - \frac{i'_{rb}}{2} \right); \quad (2.20)$$

$$\Psi_{ra} = i'_{ra} \cdot L_{ra} - \frac{L_m}{2} \cdot i'_{rb} - \frac{L_m}{2} \cdot i'_{rc} + L_m \cdot \left(i_{sa} - \frac{i_{sb}}{2} - \frac{i_{sc}}{2} \right); \quad (2.21)$$

$$\Psi_{rb} = i'_{rb} \cdot L_{rb} - \frac{L_m}{2} \cdot i'_{rc} - \frac{L_m}{2} \cdot i'_{ra} + L_m \cdot \left(i_{sb} - \frac{i_{sc}}{2} - \frac{i_{sa}}{2} \right); \quad (2.22)$$

$$\Psi_{rc} = i'_{rc} \cdot L_{rc} - \frac{L_m}{2} \cdot i'_{ra} - \frac{L_m}{2} \cdot i'_{rb} + L_m \cdot \left(i_{sc} - \frac{i_{sa}}{2} - \frac{i_{sb}}{2} \right); \quad (2.23)$$

V tomto případě nelze brát L_m přímo jako magnetizační indukčnost a dosadit zde její jmenovitou nebo okamžitou hodnotu dle magnetizační charakteristiky. Při respektování indexů a označení autorů z literatury [2] a porovnání s předchozím způsobem tvorby modelu má L_m význam vzájemné indukčnosti M , takže platí $L_m \equiv M = \frac{2}{3} \cdot L_{mn}$ a také $-\frac{L_m}{2} \equiv M_{s,r} = -\frac{M}{2}$. Jelikož jednotlivé fáze mezi sebou svírají úhel $\alpha = 2\pi/3$ je hodnota koeficientů u magnetizační indukčnosti resp. vzájemné indukčnosti, v rovnicích pro výpočet magnetických spřažených toků, daná funkcí $\cos 2\pi/3 = -1/2$. Odlišné označení, ale stejný význam má zde L_{sa} v porovnání s L_{s1} z ad. A, proto je nutné i v tomto případě užít vztahů 2.3,4 pro výpočet celkové indukčnosti jedné fáze statoru resp. rotoru s uvažováním ostatních fází. Porovnání koeficientů obou variant znázorňuje tab. 1.

| Proměnný úhel natočení v závislosti na čase | Konstantní úhel natočení |
|---|--------------------------|
| $M \cdot \cos \vartheta$ | M |
| $M \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right)$ | $-\frac{M}{2}$ |
| $M \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right)$ | $-\frac{M}{2}$ |

Tab. 1 – Porovnání koeficientů obou typů vyhodnocení

V rámci tohoto způsobu vyhodnocení je nutné poupravit napěťové rovnice týkající se rotoru, kde výsledné napětí tvoří účinek elektrické úhlové rychlosti a magnetických toků ostatních fází. Vztahy pro statorové napětí zůstávají nezměněny. [2]

U asynchronního motoru s kotvou nakrátko je rotorové napětí vždy rovno nule. Apostrofy zde značí rotorovou veličinu přepočtenou na statorovou.

$$u_{ra} = i'_{ra} \cdot R'_r + \frac{d\Psi_{ra}}{dt} + \frac{\omega_{el}}{\sqrt{3}} \cdot (\Psi_{rb} - \Psi_{rc}) = 0 \quad (2.24)$$

$$u_{rb} = i'_{rb} \cdot R'_r + \frac{d\Psi_{rb}}{dt} + \frac{\omega_{el}}{\sqrt{3}} \cdot (\Psi_{rc} - \Psi_{ra}) = 0 \quad (2.25)$$

$$u_{rc} = i'_{rc} \cdot R'_r + \frac{d\Psi_{rc}}{dt} + \frac{\omega_{el}}{\sqrt{3}} \cdot (\Psi_{ra} - \Psi_{rb}) = 0 \quad (2.26)$$

Pro vyhodnocení momentu motoru u trojsložkového modelu s konstantním úhlem natočení a proměnnou magnetizační indukčností, je nutné ve výpočtu uvažovat všech šesti veličin, kombinaci rotorových a statorových proudů.

$$M_e = p_p \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot L_m \cdot [(i_{sa} \cdot i'_{rc} + i_{sb} \cdot i'_{ra} + i_{sc} \cdot i'_{rb}) - (i_{sa} \cdot i'_{rb} + i_{sb} \cdot i'_{rc} + i_{sc} \cdot i'_{ra})] \quad (2.27)$$

Na závěr realizace matematického modelu, je třeba určit pohybovou rovnici, mechanickou úhlovou rychlost, závislou na časově proměnlivém úhlu ϑ a elektrickou úhlovou rychlost související s napájením sítě. Tyto vztahy platí pro obě varianty vyhodnocení magnetických toků.

$$J_c \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_{pm} \quad (2.28)$$

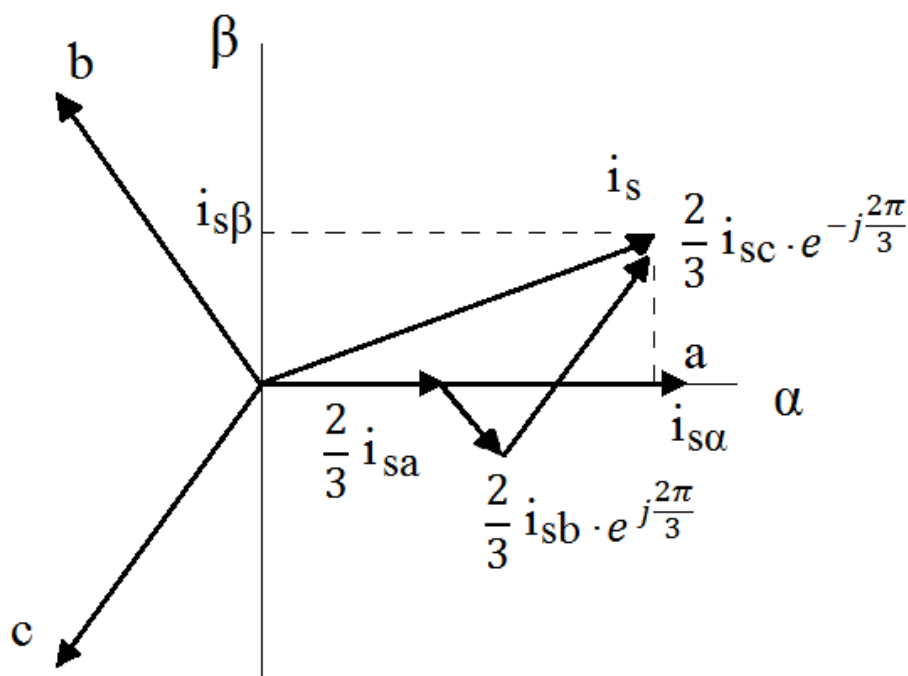
$$\omega_m = \frac{d\vartheta}{dt}; \quad (2.29)$$

$$\omega_{el} = p_p \cdot \omega_m; \quad (2.30)$$

2.2 Dvousložkový model AM

2.2.1 Transformace 3/2

Za účelem snížení počtu nelineárních diferenciálních rovnic s proměnnými koeficienty u matematického modelu lze souměrná trojfázová soustava asynchronního motoru převést na ekvivalentní dvoufázovou soustavu. Jedná se o lineární transformace pomocí tzv. prostorových vektorů. Tímto způsobem je odstraněna závislost koeficientů na úhlu natočení rotoru ϑ . Na obr. 2 je naznačena transformace vektoru statorového proudu z trojfázového (a, b, c) do dvoufázového systému (α , β). Stejným způsobem lze vyjádřit i napětí a magnetický spřažený tok.



Obr. 2 – Definice prostorového vektoru

Prostorové vektory lze vyjádřit v různých souřadných soustavách, které rotují zvolenou úhlovou rychlostí vůči statoru. Následující odstavec obsahuje bližší náhled na jednotlivé dvoufázové souřadné systémy a vztah mezi nimi.

2.2.2 Komplexní systémy souřadnic

Stacionární systém - $\alpha\beta$

Tento nerotující souřadný systém je pevně svázán se statorem, kde pro jeho obecnou úhlovou rychlost platí $\omega_k = 0$. Imaginární osa má označení β a reálná α , jenž je totožná s osou vinutí a . V této práci bude mít α, β systém význam největší, jak při tvorbě dvousložkového modelu motoru, tak i při modelování magnetizačního proudu a proměnné magnetizační indukčnosti u trojsložkového. Následující rovnice dokumentují grafickou transformaci 3/2 pro statorový proud z obr. 2. [4]

$$\begin{aligned} i_s &= i_{s\alpha} + j i_{s\beta} = \frac{2}{3} \cdot \left(i_{sa} + i_{sb} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_{sc} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right) = |i| \cdot e^{j\varepsilon} \\ i_s &= \frac{2}{3} \cdot \left(i_a + i_b \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} + j \sin\frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cdot \left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + j \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \right) \right) = \\ &= \frac{2}{3} \cdot \left(i_a - \frac{1}{2} \cdot i_b - \frac{1}{2} \cdot i_c \right) + j \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i_b - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i_c \right) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot i_a - i_b - i_c) + j \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (i_b - i_c) \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$i_{s\alpha} = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot i_a - i_b - i_c) \quad (2.32)$$

$$i_{s\beta} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (i_b - i_c) \quad (2.33)$$

Pokud platí $i_a + i_b + i_c = 0$, potom reálná složka vektoru i_s je rovna okamžité hodnotě proudu i_a . Ve všeobecném případě se okamžitá hodnota proudu i_a rovná $i_a = i_\alpha + i_{s0}$, kde i_{s0} je nulová složka statorového proudu definovaná vztahem:

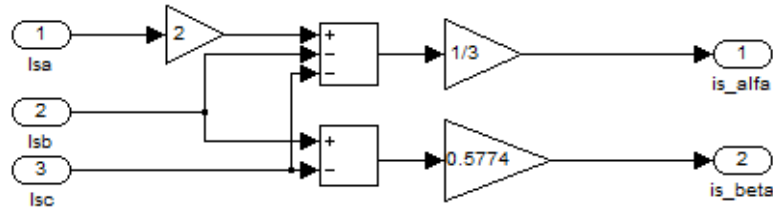
$$i_{s0} = \frac{1}{3} \cdot (i_a + i_b + i_c) \quad (2.34)$$

Při splnění podmínek potom platí:

$$i_{s\alpha} = i_a \quad (2.35)$$

$$i_{s\beta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (0,5 \cdot i_a + i_b) \quad (2.36)$$

U realizace simulačního modelu, znázorněného na obr. 3, se bude vycházet z rovnic 2.32,33.



Obr. 3 – Transformace 3/2 do $\alpha\beta$ systému

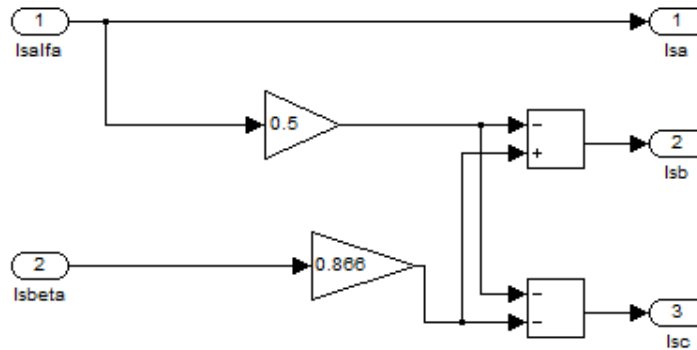
Zpětnou transformaci získáme vztahy:

$$i_{sa} = i_{\alpha} + i_{s0} \quad (2.37)$$

$$i_{sb} = \left(-\frac{1}{2} \cdot i_{\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i_{\beta} + i_{s0} \right) \quad (2.38)$$

$$i_{sc} = \left(-\frac{1}{2} \cdot i_{\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i_{\beta} + i_{s0} \right) \quad (2.39)$$

Kde i_{s0} je opět nulová složka definována vztahem 2.34 a při splnění podmínek symetrie se neuplatní. Simulační model zpětné transformace naznačuje obr. 4.



Obr. 4 – Zpětná transformace

Napěťové rovnice ve stojícím statorovém systému při $\omega_k = 0$:

$$u_{s\alpha} = i_{s\alpha} \cdot R_s + \frac{d\psi_{s\alpha}}{dt} \quad (2.40)$$

$$u_{s\beta} = i_{s\beta} \cdot R_s + \frac{d\psi_{s\beta}}{dt} \quad (2.41)$$

$$u_{r\alpha} = i_{r\alpha} \cdot R_r + \frac{d\psi_{r\alpha}}{dt} - (\omega_k - \omega) \cdot \psi_{r\beta} = 0 \quad (2.42)$$

$$u_{r\beta} = i_{r\beta} \cdot R_r + \frac{d\psi_{r\beta}}{dt} + (\omega_k - \omega) \cdot \psi_{r\alpha} = 0 \quad (2.43)$$

Vztahy pro magnetické spřažené toky jsou dány součtem součinů proudů a indukčností, pro přehlednost a použití v simulačním modelu budou tyto vztahy ve formě matice.

$$\Psi_{s\alpha} = L_s \cdot i_{s\alpha} + L_m \cdot i_{r\alpha} \quad (2.44)$$

$$\Psi_{s\beta} = L_s \cdot i_{s\beta} + L_m \cdot i_{r\beta} \quad (2.45)$$

$$\Psi_{r\alpha} = L_r \cdot i_{r\alpha} + L_m \cdot i_{s\alpha} \quad (2.46)$$

$$\Psi_{r\beta} = L_r \cdot i_{r\beta} + L_m \cdot i_{s\beta} \quad (2.47)$$

Zde pro dvoufázovou soustavu platí:

$$L_s = L_m + L_{s\sigma} \quad (2.48)$$

$$L_r = L_m + L_{r\sigma} \quad (2.49)$$

Magnetizační indukčnost v simulačním modelu dosazujeme buďto konstantní jmenovitou hodnotu nebo proměnnou dle magnetizační charakteristiky.

Stanovení momentu motoru lze adekvátně provést více způsoby a to z veličin čistě statorových, rotorových nebo jejich kombinací. Následně jen postačí správný přepočtení indukčností, jak znázorňují vztahy níže.

$$M_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot L_m \cdot (i_{s\beta} \cdot i_{r\alpha} - i_{s\alpha} \cdot i_{r\beta}) \quad (2.50)$$

$$M_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot (\Psi_{s\alpha} \cdot i_{s\beta} - \Psi_{s\beta} \cdot i_{s\alpha}) \quad (2.51)$$

$$M_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot (i_{s\beta} \cdot \Psi_{r\alpha} - i_{s\alpha} \cdot \Psi_{r\beta}) \quad (2.52)$$

$$M_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_m}{\sigma L_s \cdot L_r} \cdot (\Psi_{s\beta} \cdot \Psi_{r\alpha} - \Psi_{s\alpha} \cdot \Psi_{r\beta}) \quad (2.53)$$

Dle potřeby a aplikace lze ve výpočtu momentu vyloučit indukčnost úplně, což dokumentuje vztah 2.51, jenž se skládá pouze ze statorových proudů a toků. Tento způsob je výhodný zejména při sestavení momentu motoru ve dvousložkovém modelu při uvažování nasycení. Výpočet rozptylu σ je dán:

$$\sigma = 1 - \left(\frac{L_m^2}{L_s \cdot L_r} \right) \quad (2.54)$$

Další souřadné systémy budou zmíněny jen okrajově, s tím, že transformace z trojfázového systému do dvoufázového jiné souřadné soustavy bude realizováno stejným způsobem.

Synchronně rotující systém – xy

Systém spojený s magnetickým polem, u něhož budeme vycházet ze stacionárního systému (α , β), vůči němuž se systém xy pohybuje synchronní rychlostí točivého magnetického pole ve vzduchové mezeře motoru $\omega_k = \omega_s$. Transformace mezi souřadnými systémy $[\alpha, \beta] \rightarrow [x, y]$ je dána vztahy 2.55-57, kde $\vartheta_s = \frac{d\omega_s}{dt}$.

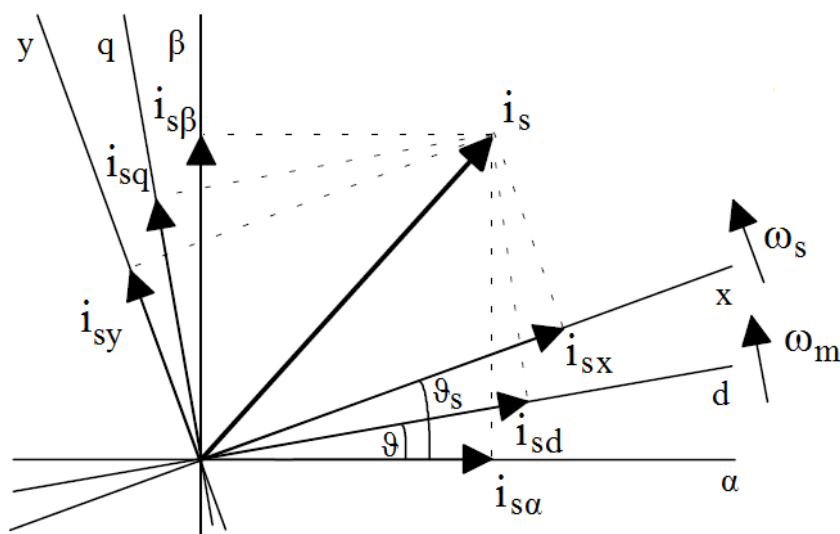
$$\bar{i}_{sxy} = \bar{i}_{s\alpha\beta} \cdot e^{-j\vartheta_s} \quad (2.55)$$

$$i_{sx} = i_{s\alpha} \cdot \cos \vartheta_s + i_{s\beta} \cdot \sin \vartheta_s \quad (2.56)$$

$$i_{sy} = -i_{s\alpha} \cdot \sin \vartheta_s + i_{s\beta} \cdot \cos \vartheta_s \quad (2.57)$$

Systém svázaný s rotorem – dq

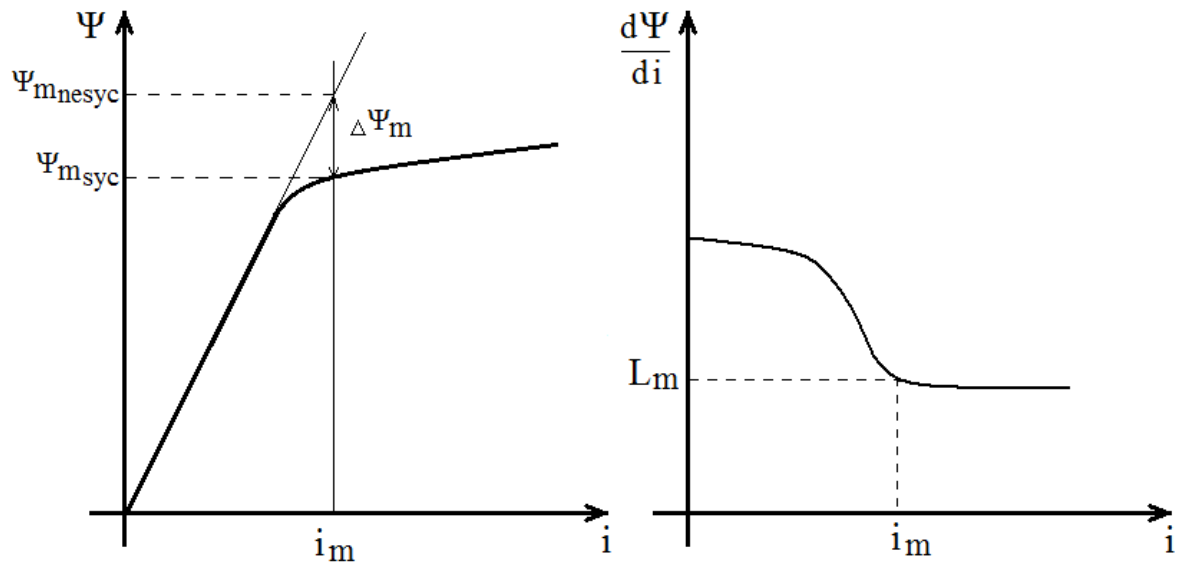
Transformace vhodná pro zkoumání rotorových veličin. Otáčí se shodně spolu s rotorem mechanickou úhlovou rychlostí $\omega_k = \omega_m$. Transformace v rámci systémů $[\alpha, \beta] \rightarrow [d, q]$ jsou shodné, jako v předchozím případě, s tím rozdílem, že bude užito jiného transformačního úhlu ϑ_m . Přehled souřadných systémů i s úhly, o které jsou mezi sebou pootočený, je na obr. 5.



Obr. 5 – Systémy souřadnic

2.3 Vliv nasycení hlavního magnetického obvodu

Je-li v modelu zavedena konstantní magnetizační indukčnost L_m zanedbává se sycení magnetického obvodu motoru, tím je závislost magnetického spřaženého toku na procházejícím proudu lineární. Z hlediska praxe už tomu tak není. Magnetický tok závisí na časovém průběhu proudu vodiče, který tento magnetický tok způsobil. Obr. 6 vlevo znázorňuje příklad magnetizační charakteristiky, jenž dokumentuje rozdíl mezi vyhodnocením magnetického toku s uvažováním proměnné a konstantní magnetizační indukčnosti. Derivací magnetického toku podle proudu dostaneme charakteristiku, ze které lze přímo vyčíst hodnotu magnetizační indukčnosti pro okamžitou hodnotu magnetizačního proudu (obr. 6 vpravo). [4]



Obr. 6 – Magnetizační charakteristika a její derivace podle proudu

Model pro vyhodnocení magnetizační indukčnosti a proudu lze snadno získat pomocí jednoduchého modelu asynchronního motoru, kde se v každém kroku simulace bude zavádět okamžitá hodnota magnetizační indukčnosti. Tímto způsobem je adekvátně respektován vliv nasycení magnetického obvodu.

Magnetizační proud je dán vztahy:

$$i_{m\alpha} = i_{s\alpha} + i_{r\alpha} \quad (2.58)$$

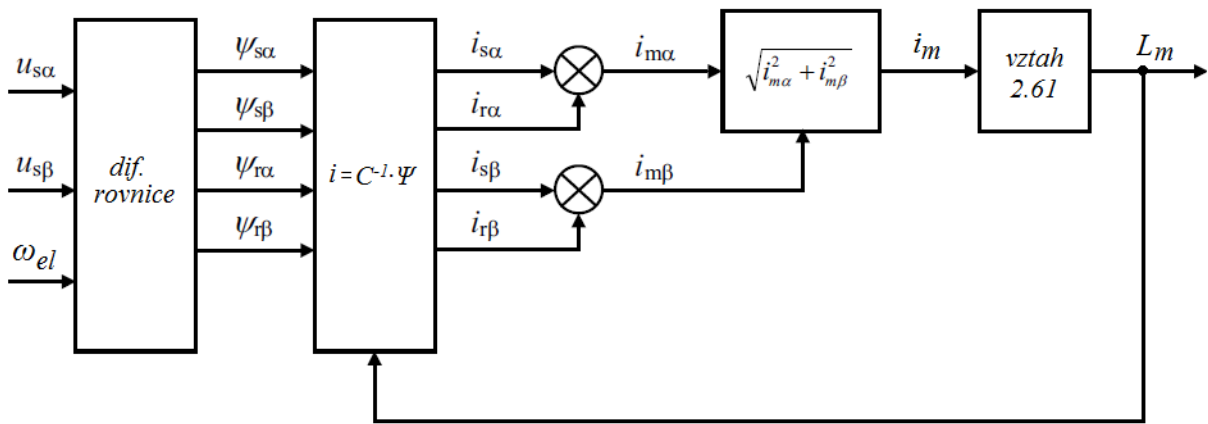
$$i_{m\beta} = i_{s\beta} + i_{r\beta} \quad (2.59)$$

$$i_m = \sqrt{i_{m\alpha}^2 + i_{m\beta}^2} \quad (2.60)$$

Pro vyhodnocení okamžité magnetizační indukčnosti je zde v modelu na obr. 7, namísto úprav časové derivace magnetického spřaženého toku nebo využití naměřené magnetizační charakteristiky, použit následující vztah:

$$L_m = L_{mn} \cdot \left(\frac{K_\mu}{1 + (K_\mu - 1) \cdot \frac{i_m}{i_{mn}}} \right) \quad (2.61)$$

Jmenovitý magnetizační proud i_{mn} se určuje z ustálené hodnoty i_m při jmenovitém zatěžovacím momentu. L_{mn} je jmenovitá magnetizační indukčnost při i_{mn} .



Obr. 7 – Blokové schéma modelu AM s uvažováním nasycení

2.4 Matematický model napět'ového střídače s komparační PWM

Jedna z metod řízení efektivní hodnoty výstupního napětí střídače je pulzní šířková modulace (PWM). Tato práce se zabývá matematickým modelem s PWM komparačního typu, která je založena na porovnávání nosného trojúhelníkového (pilovitého) signálu s řídicím sinusovým signálem.

Abychom mohli vytvořit model střídače v námi postačujícím provedení, je nutné přijmout určité zjednodušující předpoklady:

- konstantní napětí ve stejnosměrném meziobvodu
- ideální polovodičové prvky v měniči
 - o okamžitá komutace (okamžité spínání a rozepínání tranzistorů, či tyristorů)
 - o nulový odpor v sepnutém a nekonečný odpor v rozepnutém stavu
 - o nulové přepínací ztráty
- nulová tzv. ochranná doba (časová prodleva mezi vypnutím jednoho tranzistoru a sepnutím druhého v téže větvi)
- ideální napájecí síť (nulová impedance napájecí sítě) [5]

Matematický model měniče vychází z porovnávání tří řídicích napětí u_{ra}, u_{rb}, u_{rc} s trojúhelníkovým průběhem u_p . Napětí ve stejnosměrném meziobvodu U_d je uvažováno konstantní. Jestliže řídicí napětí dané větve (fáze) je větší než napětí generátoru trojúhelníka, spíná horní spínač dané větve, je-li tomu naopak, spíná dolní spínač. Algoritmus, z něhož bude vycházet i simulační model, vypadá následovně:

$$\text{když } u_{ra} \geq u_p \text{ potom platí } u_{a0} = \frac{U_d}{2} \text{ jinak } u_{a0} = -\frac{U_d}{2}$$

$$\text{když } u_{rb} \geq u_p \text{ potom platí } u_{b0} = \frac{U_d}{2} \text{ jinak } u_{b0} = -\frac{U_d}{2}$$

$$\text{když } u_{rc} \geq u_p \text{ potom platí } u_{c0} = \frac{U_d}{2} \text{ jinak } u_{c0} = -\frac{U_d}{2}$$

Stanovením pomocných napětí u_{a0}, u_{b0}, u_{c0} vycházíme pro okamžité výstupní fázové napětí dané vztahy níže.[5]

$$u_a = \frac{2 \cdot u_{a0} - u_{b0} - u_{c0}}{3} \quad (2.62)$$

$$u_b = \frac{2 \cdot u_{b0} - u_{c0} - u_{a0}}{3} \quad (2.63)$$

$$u_c = \frac{2 \cdot u_{c0} - u_{a0} - u_{b0}}{3} \quad (2.64)$$

Z výše uvedených rovnic a algoritmů vychází program napsaný v bloku funkce realizující napětový střídač s komparační PWM. Zde jsem přímo vycházel z literatury [6].

```
function [Ua, Ub, Uc] = stridac(Ura, Urb, Urc, Up, Ud)

if Ura>=Up;
    Ua0=Ud/2;
else Ua0=-(Ud/2);
end;

if Urb>=Up;
    Ub0=Ud/2;
else Ub0=-(Ud/2);
end;

if Urc>=Up;
    Uc0=Ud/2;
else Uc0=-(Ud/2);
end;

Ua=(2*Ua0-Ub0-Uc0)/3;
Ub=(2*Ub0-Uc0-Ua0)/3;
Uc=(2*Uc0-Ua0-Ub0)/3;
end
```

3 Praktická část

3.1 Napájení AM

Všechny níže zmíněné modely budou pro porovnání napájeny buďto harmonickým napětím nebo skrze napěťový střídač s komparační PWM.

Parametry harmonického signálu jsou dány obecně rovnicí 3.1, konkrétní hodnoty dokumentují vztahy 3.3 až 3.5. Jednotlivé signály jsou fázově posunuty o 120° ($2\pi/3$ v radiánech) a pracují na síťové frekvenci 50Hz ($314\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$). Amplitudu určuje jmenovité efektivní napětí statoru 380/220V.

$$a = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.1)$$

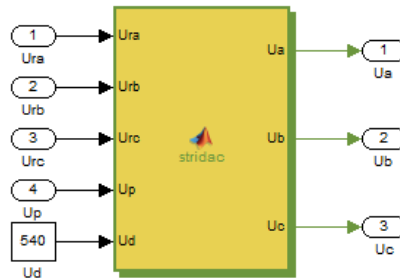
$$\omega = 2\pi \cdot f \quad (3.2)$$

$$u_{sa} = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \sin(314t) \quad (3.3)$$

$$u_{sb} = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \sin(314t - \frac{2\pi}{3}) \quad (3.4)$$

$$u_{sc} = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \sin(314t + \frac{2\pi}{3}) \quad (3.5)$$

Blok funkce znázorněný na obr. 8 realizuje střídač s komparačním PWM řízením. Tato funkce je vytvořena pomocí bloku *Matlab Function Embedded*. Vstupními veličinami jsou tři referenční sinusová napětí o frekvenci 50Hz a amplitudě 10V, které jsou porovnávány s trojúhelníkovým signálem o frekvenci 1kHz a amplitudě $\pm 10\text{V}$. Posledním vstupním parametrem je konstantní napětí v meziobvodu U_d o velikosti 540V. Výstupní veličiny tvoří fázová napětí dané programem napsaným v kapitole 2.4.



Obr. 8 – Blok funkce realizující střídač s PWM řízením

3.2 Trojsložkový simulační model

Ze vztahů pro trojsložkový matematický model lze vysledovat, že se jedná o model proudově-tokový a abychom dosáhli proudového výstupu, je nutné provést inverzi dle vztahu 3.6.

$$\dot{i} = C^{-1} \cdot \Psi \quad (3.6)$$

Inverzi řeší program vytvořený v bloku *Matlab Function Embedded*, jenž se skládá z definice vstupních a výstupních proměnných, z definice parametrů matice, matice samotné, výpočtu proudu pomocí inverzní funkce a nakonec definování jednotlivých složek vektoru pro výpočet momentu.

Následující dvě struktury vycházejí ze stejného předpokladu, ale s podstatným rozdílem v definování parametrů matice C . Další odlišnosti budou zmíněny přímo u konkrétního modelu.

3.2.1 Model s uvažováním konstantních parametrů matice C

Na obr. 9 je znázorněn simulační model, skládající se z pěti hlavních částí. Vstupní veličinou jsou tři statorová napětí přiváděné buď přímo ze zdroje harmonického napětí nebo skrze střídač s PWM. Realizaci magnetických toků definují vztahy 2.11 pro stator a 2.24 - 26 pro rotor, kde jsou poté výsledné složky toků sdruženy do jednoho vektoru Ψ pomocí bloku *Matrix concatenate*. Tím je definován jeden ze vstupních parametrů do funkce realizující výpočet jednotlivých proudů, dle vztahů 2.18 - 23, a inverzi matice C . Program vytvořený v bloku funkce jménem *matice_C* vypadá následovně:

```
%funkce pro výpočet jednotlivých proudů, řešící inverzi matice C
%vstupní proměnné - magnetizační indukčnost Lm, vektor celkového
                    magnetického spřaženého toku
%výstupní proměnné - vektor celkového proudu statoru a rotoru

function [Isa,Isb,Isb,Isc,Ira,Irb,Irc] = matice_C(Lm,psi)

%definice parametrů matice

M=2*Lm/3;
Ms=M/2;
Mr=M/2;
Lrozpt=0.008;
Ls=Lm+Lrozpt;
Lr=Lm+Lrozpt;
Ls1=Ls-Ms;
Lr1=Lr-Mr;

%složení matice s konstantními parametry
```

```

C=[Ls1,-Ms,-Ms,M,-M/2,-M/2;
   -Ms,Ls1,-Ms,-M/2,M,-M/2;
   -Ms,-Ms,Ls1,-M/2,-M/2,M;
   M,-M/2,-M/2,Lr1,-Mr,-Mr;
   -M/2,M,-M/2,-Mr,Lr1,-Mr;
   -M/2,-M/2,M,-Mr,-Mr,Lr1];

%výpočet vektoru proudu pomocí inverzní funkce

I=(inv(C))*psi;

%rozvětvení vektoru I na jednotlivé proudy statoru a rotoru

Isa=I(1);
Isb=I(2);
Isc=I(3);
Ira=I(4);
Irb=I(5);
Irc=I(6);

end

```

Z těchto šesti výsledných proudů je realizován moment motoru v bloku funkce *moment* dle rovnice 2.27.

```

function M = moment(Lm,Isa,Isb,Isc,Ira,Irb,Irc)
p=2;
M=p*0.866*(2*Lm/3)*((Isa*Irc+Isb*Ira+Isc*Irb)-(Isa*Irb+Isb*Irc+Isc*Ira));
end

```

Model s proměnnou magnetizační indukčností a konstantními parametry matice C je nezbytné doplnit o blok s funkcí vyhodnocení magnetizačního proudu, z něhož vychází, dle rovnice 2.61, proměnná L_m zaváděná v každém kroku simulace. Do funkčního bloku nelze zavést přímo třífázové proudy statoru a rotoru. Nejdříve se tyto proudy transformují do dvoufázového systému $\alpha\beta$, způsobem naznačeným v kapitole 2.2. Na obr. 3 je znázorněn simulační model této transformace. Nyní lze pouhým součtem jednotlivých složek proudů α a β vytvořit magnetizační proud i_m . Program vytvoření v bloku funkce *magnetizace* už generuje časově proměnnou magnetizační indukčnost L_m , která je v každém kroku zaváděna do matice C .

```

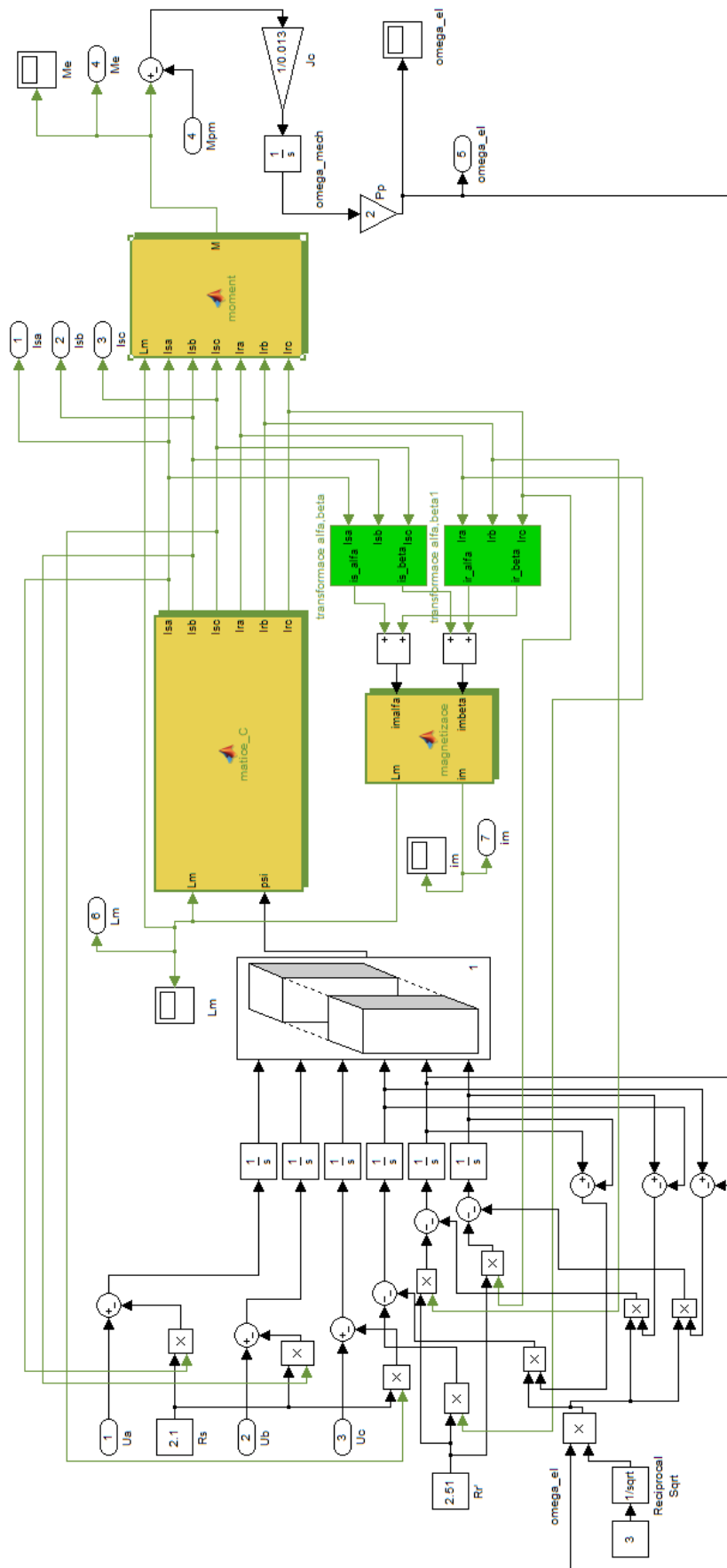
function [Lm,im] = magnetizace (imalfa,imbeta)

Lmn=0.129;
Kn=2.5;
imn=6.853;

im=sqrt(((imalfa)^2)+((imbeta)^2));
Lm=Lmn*(Kn/(1+(Kn-1)*(im/imn)));

end

```



Obr. 9 – Simulační model 3sl. AM s konstantními parametry matice C a uvažováním nasycení

3.2.2 Model s uvažováním úhlu natočení rotoru vůči statoru ϑ

Oproti předchozímu simulačnímu modelu stojí za povšimnutí následující odlišnosti. Výpočet magnetických toků rotoru zde (v modelu na obr. 10) není realizován působením elektrické úhlové rychlosti a toků ostatních fází rotoru. V tomto případě vychází z původního vztahu 2.12. Vstupní veličinou matice C je opět vektor sdružených magnetických toků, avšak tou další už není magnetizační indukčnost, nýbrž úhel natočení rotoru vůči statoru, který je zaváděn v každém kroku simulace. Program níže platí pro model s časově proměnným úhlem natočení a vychází z matice 2.16. Definováním konstantní magnetizační indukčnosti L_m na jmenovitou hodnotu a zohledněním úhlu ϑ v sestavení matice C máme zde jediné rozdíly oproti předchozímu modelu.

```
%funkce pro výpočet jednotlivých proudů, řešící inverzi matice C
%vstupní proměnné - časově proměnný úhel théta, vektor celkového
                        magnetického spřaženého toku
%výstupní proměnné - vektor celkového proudu statoru a rotoru

function [Isa,Isb,Isc,Ira,Irb,Irc] = matice_C(psi,theta)

%definice parametrů matice

Lm=0.129;
M=2*Lm/3;
Ms=M/2;
Mr=M/2;
Lrozpt=0.008;
Ls=Lm+Lrozpt;
Lr=Lm+Lrozpt;
Ls1=Ls-Ms;
Lr1=Lr-Mr;

%složení matice s parametry závislými na úhlu natočení

C=[Ls1,-Ms,-Ms,M*cos(theta),M*cos(theta+2*pi/3),M*cos(theta-2*pi/3);
   -Ms,Ls1,-Ms,M*cos(theta-2*pi/3),M*cos(theta),M*cos(theta+2*pi/3);
   -Ms,-Ms,Ls1,M*cos(theta+2*pi/3),M*cos(theta-2*pi/3),M*cos(theta);
   M*cos(theta),M*cos(theta-2*pi/3),M*cos(theta+2*pi/3),Lr1,-Mr,-Mr;
   M*cos(theta+2*pi/3),M*cos(theta),M*cos(theta-2*pi/3),-Mr,Lr1,-Mr;
   M*cos(theta-2*pi/3),M*cos(theta+2*pi/3),M*cos(theta),-Mr,Mr,Lr1];

%výpočet vektoru proudu pomocí inverzní funkce

Is=(inv(C))*psi;

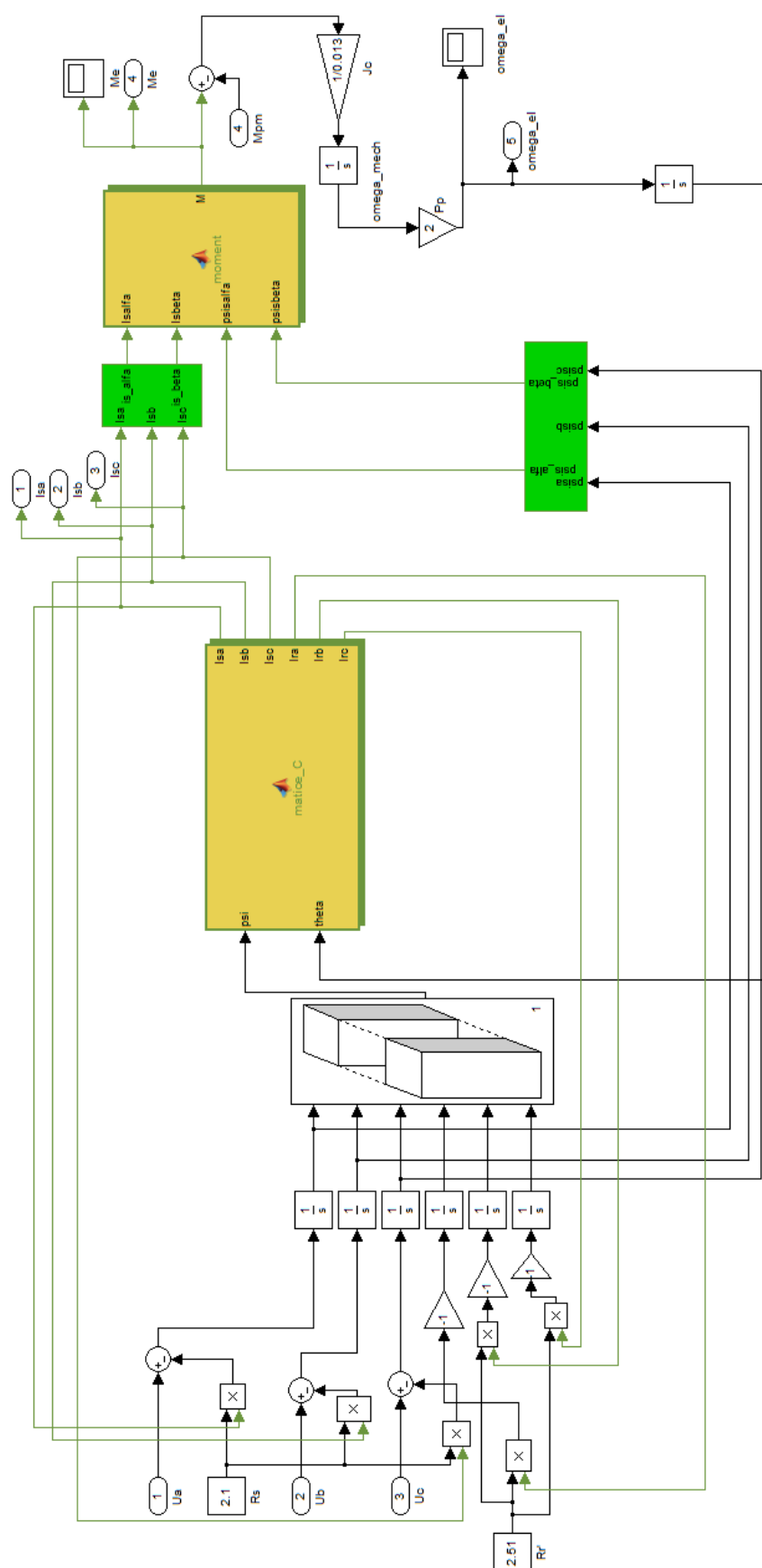
%rozvětvení vektoru I na jednotlivé proudy statoru a rotoru

Isa=Is(1);
Isb=Is(2);
Isc=Is(3);
Ira=Is(4);
Irb=Is(5);
Irc=Is(6);
```


end

Realizace momentu, ačkoliv se jedná také o trojsložkový model, je odlišná. Pro dosažení optimálních výstupů ze simulace je nezbytné zavést transformaci 3/2 a výpočet momentu uskutečnit pouze ze statorových veličin, kombinací proudů $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ a toků $\Psi_{s\alpha}, \Psi_{s\beta}$, při absenci magnetizační indukčnosti. Program napsaný ve funkci *moment* vychází ze vztahu 2.51.

```
function M = moment(Isalfa, Isbeta, psisalfa, psisbeta)
p=2;
M=p*1.5*((Isbeta*psisalfa)-(Isalfa*psisbeta));
End
```



Obr. 10 – Simulační model 3sl. AM s uvažováním úhlu natočení ϑ

3.3 Dvousložkový simulační model

Zásadní odlišnosti dvousložkového modelu (obr. 11) oproti trojsložkovému jsou zmíněny v teoretickém rozboru této práce. V simulačním modelu se bude postupovat identicky. Nejprve je vstupní trojfázové napětí transformováno na napětí u_α a u_β , z něhož se dále prostřednictvím vztahů 2.40 – 43 vyhodnotí magnetický tok, který je přiváděn na vstup bloku funkce *matice_C*. Druhým vstupem je zaváděna magnetizační indukčnost, podobně jako trojsložkového modelu. Výstupem z této funkce jsou jednotlivé proudy statoru a rotoru ve složkách α a β dané vztahy 2.44 – 47.

```
%funkce pro výpočet proudů  $i_{s\alpha}$ ,  $i_{s\beta}$ ,  $i_{r\alpha}$  a  $i_{r\beta}$ 
%vstupní proměnné - vektory magnetického spřaženého toku  $\Psi_\alpha$  a  $\Psi_\beta$ 
%výstupní proměnné - proudy statoru a rotoru ve složkách  $\alpha$  a  $\beta$ 

function [Isalfa,Isbeta,Iralfa,Irbeta] = matice_C(Lm,psialfa,psibeta)

%definice parametrů
Lrozpt=0.008;
Lr=Lm+Lrozpt;
Ls=Lm+Lrozpt;
delta=1-((Lm^2)/(Ls*Lr));

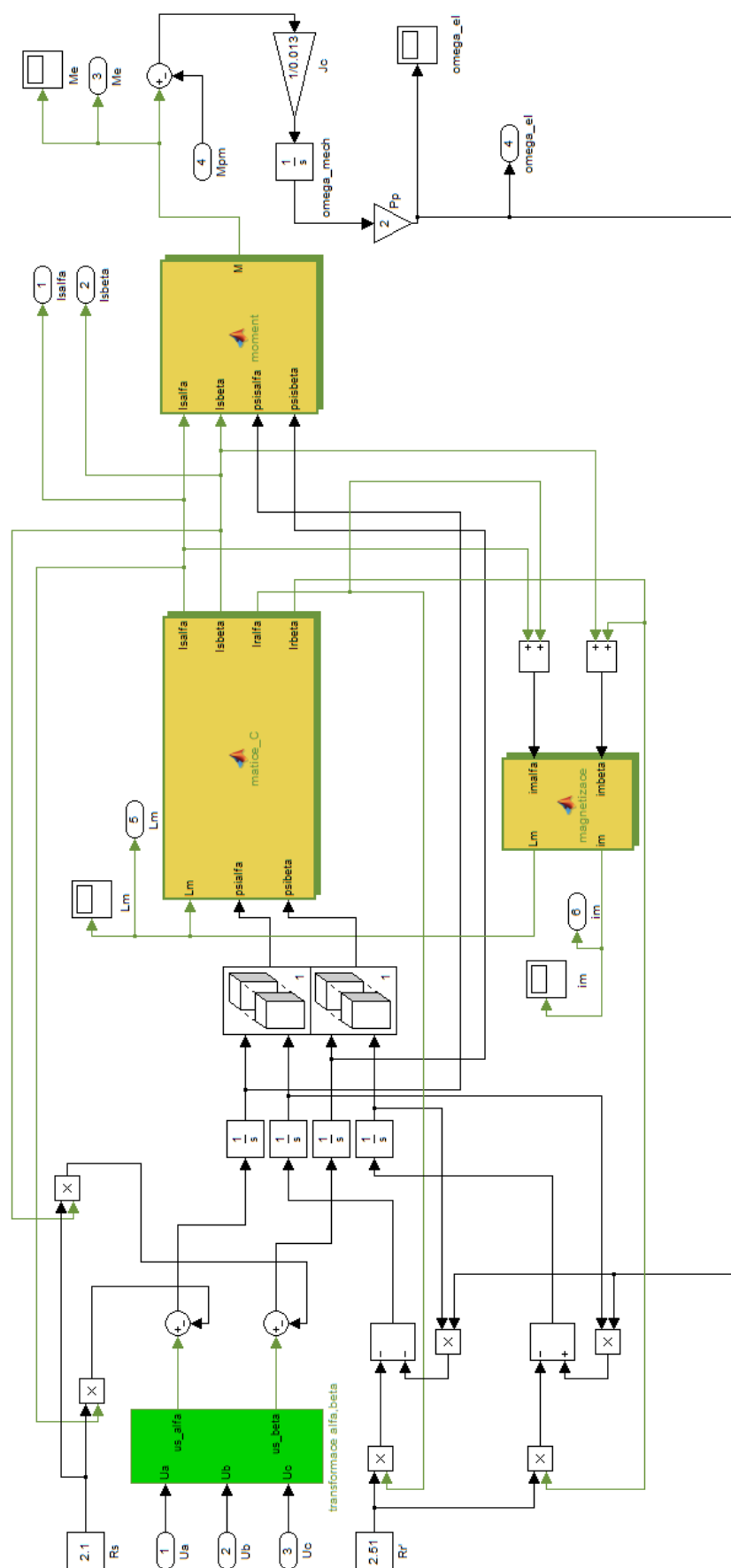
%sestavení matic
Calfa=[1/(delta*Ls) -Lm/(delta*Ls*Lr);-Lm/(delta*Ls*Lr) 1/(delta*Lr)];
Cbeta=[1/(delta*Ls) -Lm/(delta*Ls*Lr);-Lm/(delta*Ls*Lr) 1/(delta*Lr)];

%výpočet vektorů proudů
Ialfa=(Calfa)*psialfa;
Ibeta=(Cbeta)*psibeta;

%separace jednotlivých složek proudů
Isalfa=Ialfa(1);
Iralfa=Ialfa(2);
Isbeta=Ibeta(1);
Irbeta=Ibeta(2);

end
```

Vyhodnocení momentu je zde naprosto totožné s funkcí obsahující výpočet pro trojsložkový model uvažující úhel natočení θ .

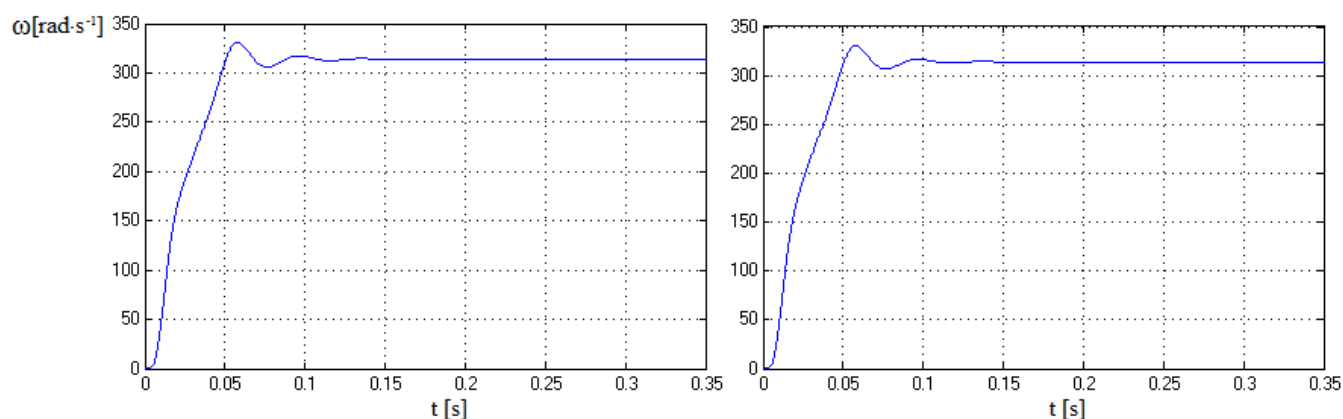


Obr. 11 – Simulační model 2sl. AM s uvažováním nasycení

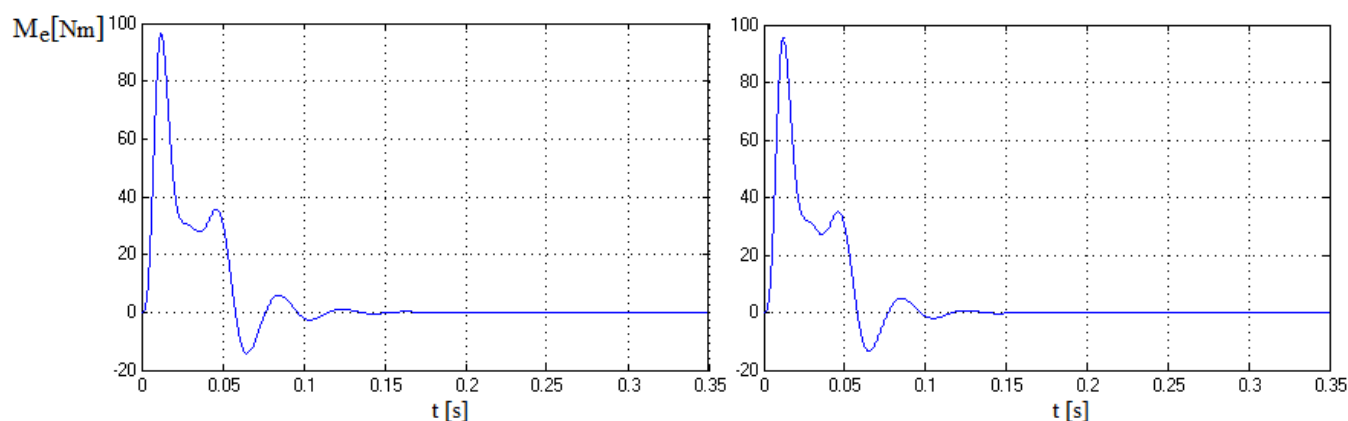
3.4 Výsledky simulace

Průběhy simulací níže budou uvedeny pro dvě varianty napájení, kde levý sloupec náleží průběhům veličin trojsložkového modelu AM a sloupec vpravo se vztahuje na model dvousložkový. Zátěž je zde realizovaná skokovou funkcí, která v čase 0,25s přivede jmenovitý zatěžovací moment motoru 19Nm. Následující průběhy dokumentují jak zatížený, tak i nezatížený model pohonu. Frekvence pilového signálu u PWM je zvolena na 1kHz, stanovením hodnoty vyšší (např. 10kHz) by průběh veličin byl více vyhlazený a rozdíl mezi PWM a harmonickým napájením nebyl tak zřetelný.

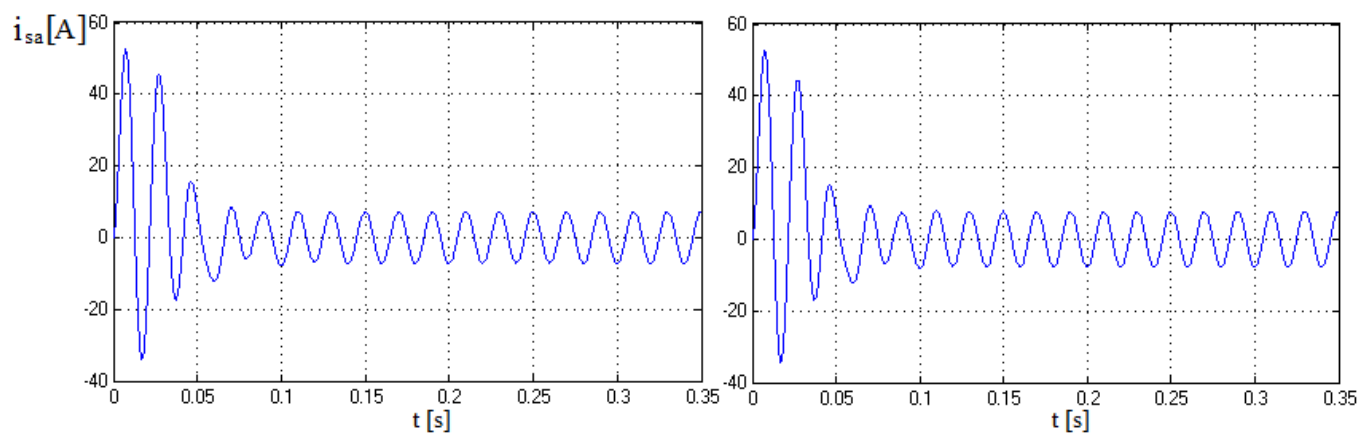
3.4.1 Simulace s harmonickým napájením



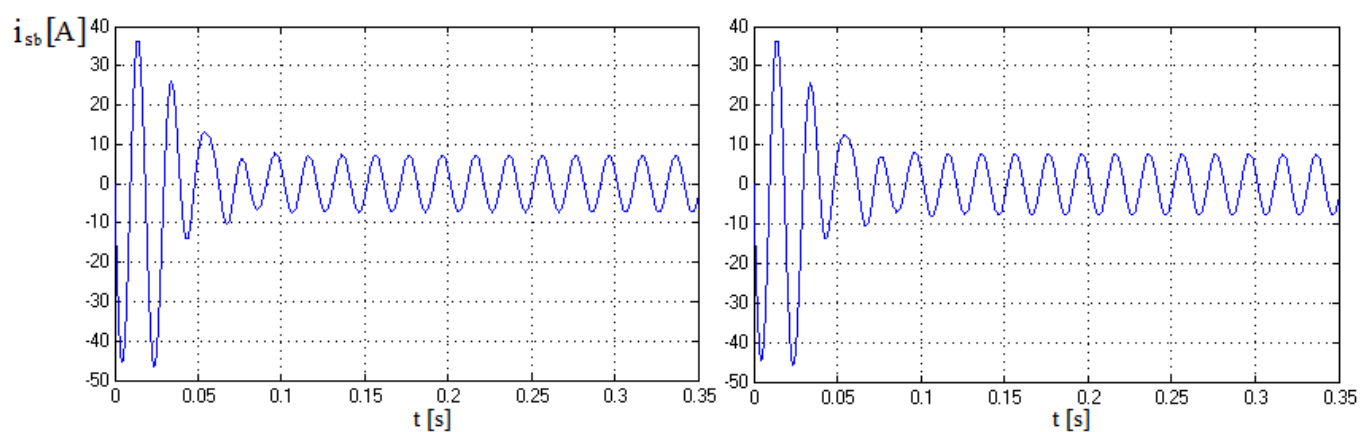
Obr. 12 – Průběh úhlové rychlosti pro harmonicky napájený 3sl. a 2sl. model AM



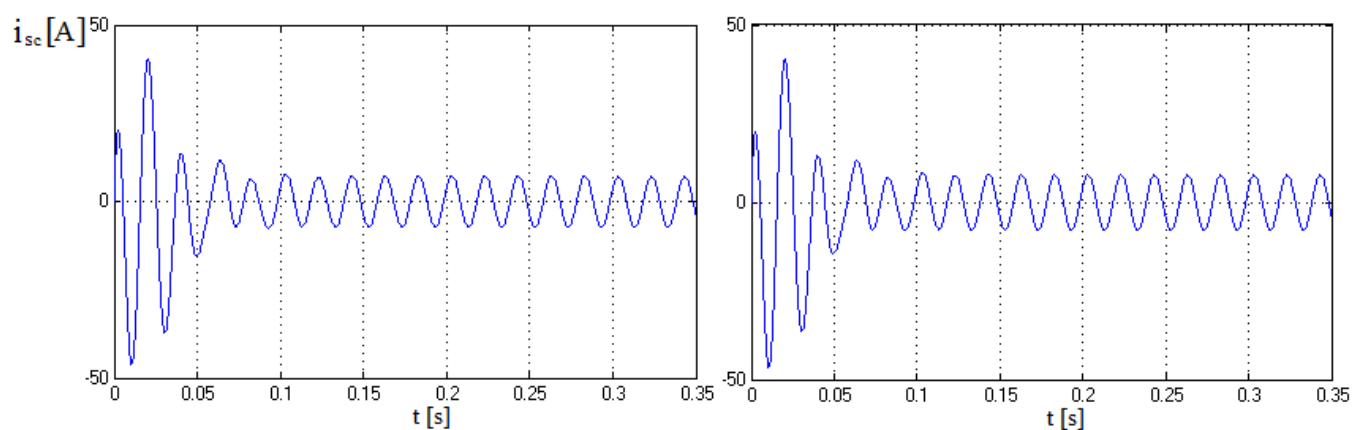
Obr. 13 – Průběh momentu pro harmonicky napájený 3sl. a 2sl. model AM



Obr. 14 – Průběh proudu statoru fáze „a“ pro harmonicky napájený 3sl. a 2sl. model AM

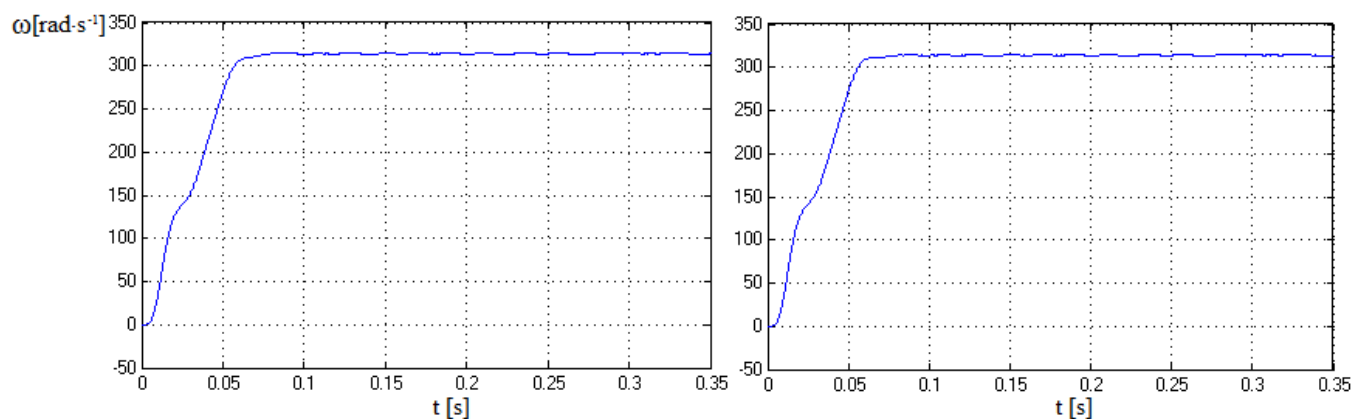


Obr. 15 – Průběh proudu statoru fáze „b“ pro harmonicky napájený 3sl. a 2sl. model AM

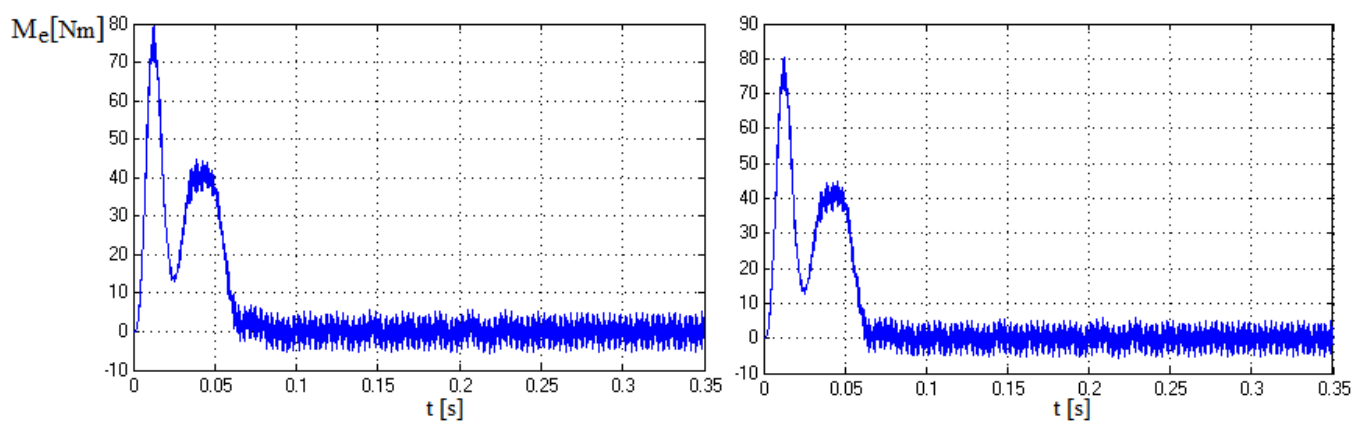


Obr. 16 – Průběh proudu statoru fáze „c“ pro harmonicky napájený 3sl. a 2sl. model AM

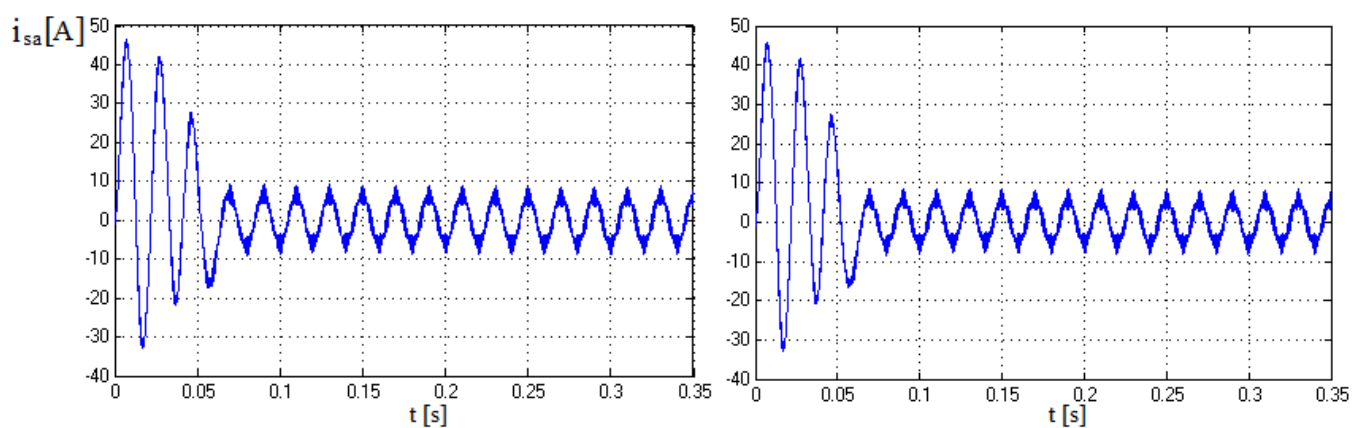
3.4.2 Simulace s napájením ze střídače řízeným PWM



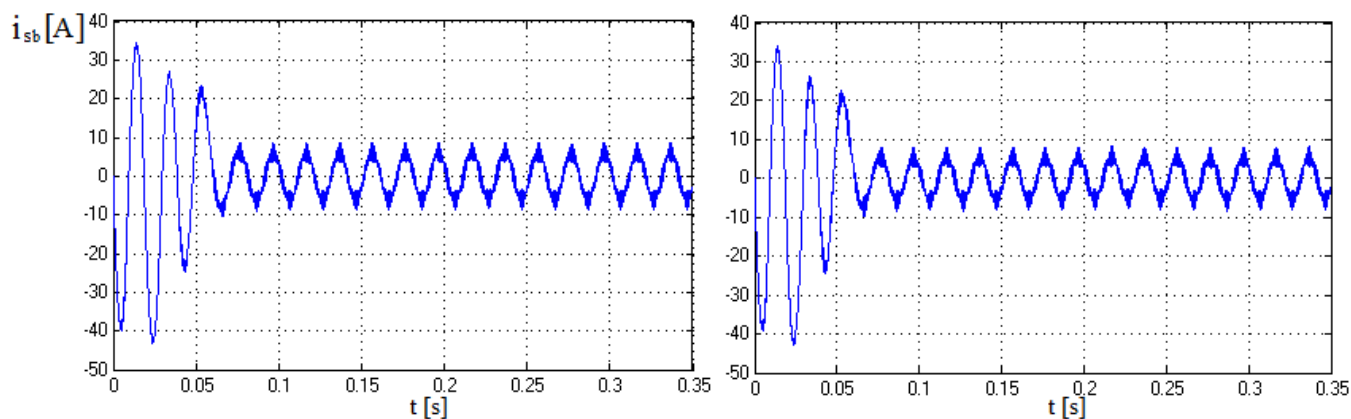
Obr. 17 – Průběh úhlové rychlosti pro 3sl. a 2sl. model AM napájený ze střídače s PWM



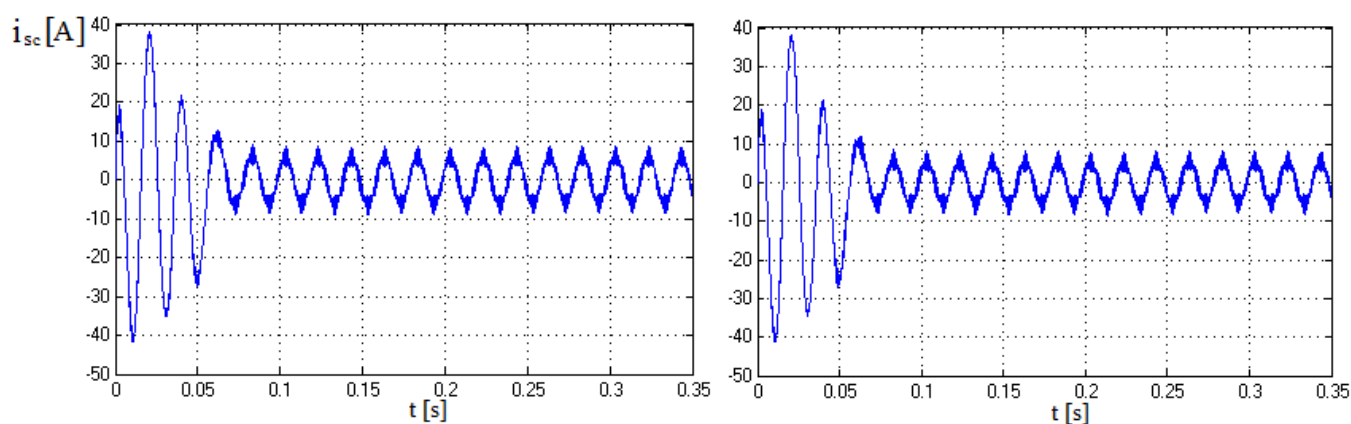
Obr. 18 – Průběh momentu pro 3sl. a 2sl. model AM napájený ze střídače s PWM



Obr. 19 – Průběh proudu statoru fáze „a“ pro 3sl. a 2sl. model AM napájený ze střídače s PWM

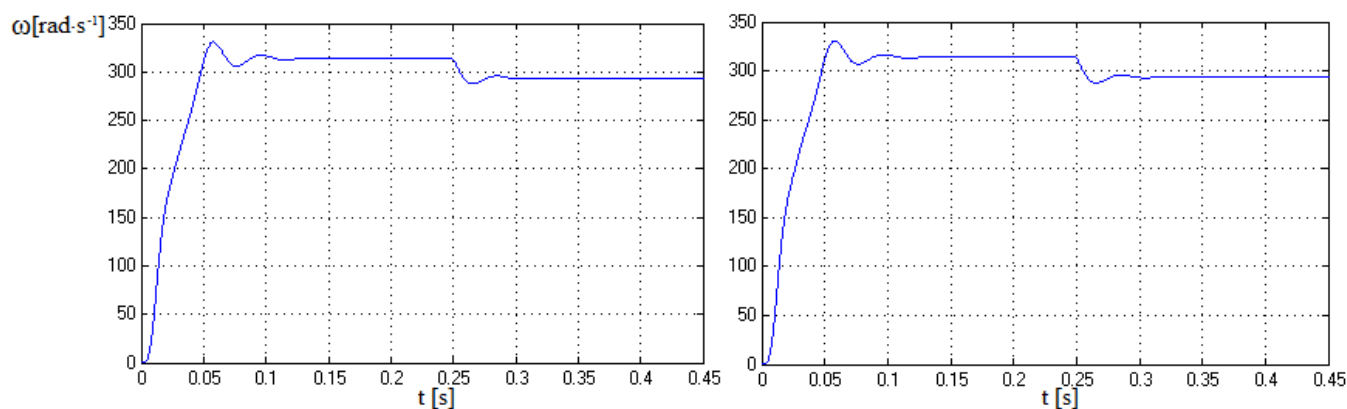


Obr. 20 – Průběh proudu statoru fáze „b“ pro 3sl. a 2sl. model AM napájený ze střídače s PWM

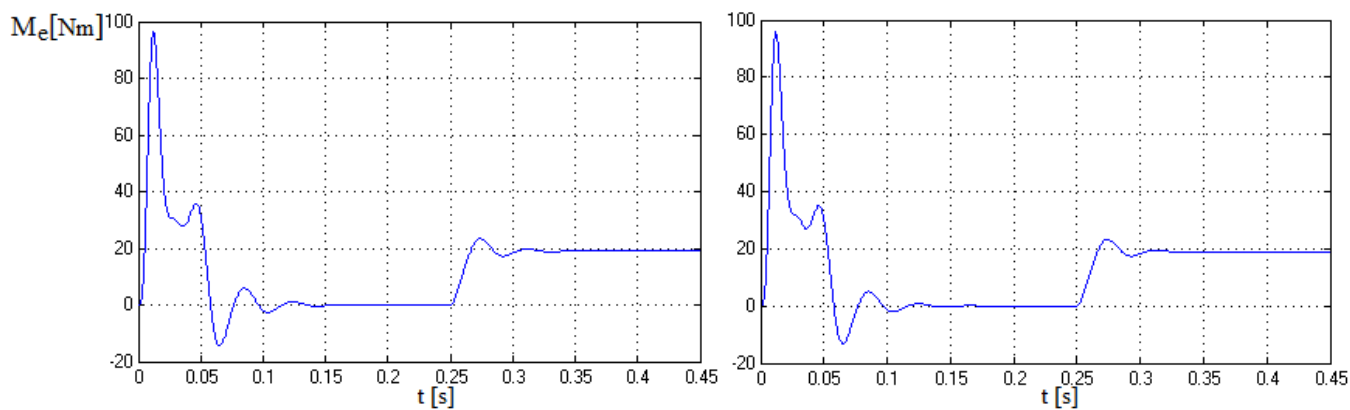


Obr. 21 – Průběh proudu statoru fáze „c“ pro 3sl. a 2sl. model AM napájený ze střídače s PWM

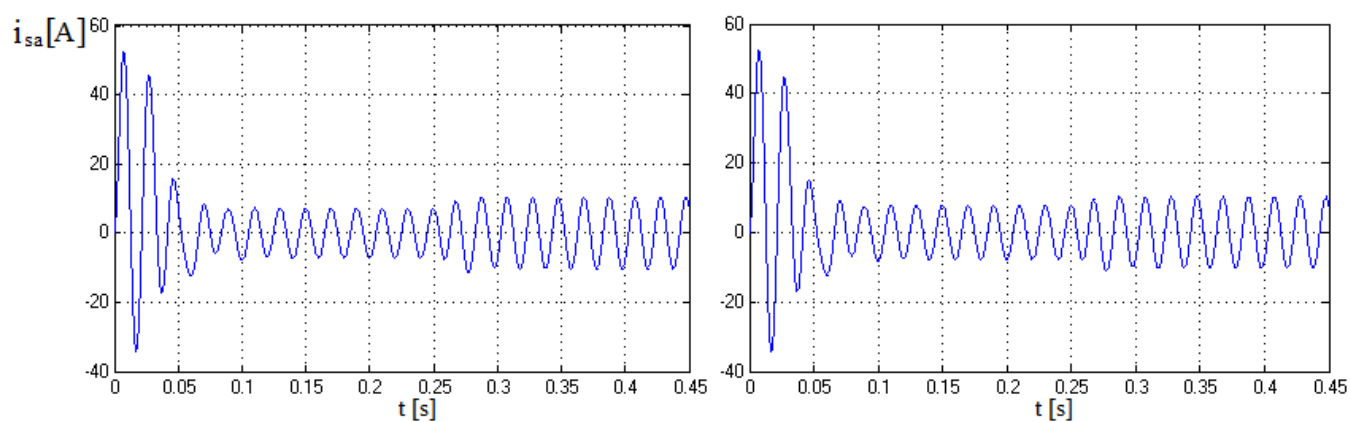
3.4.3 Simulace při zatížení s harmonickým napájením



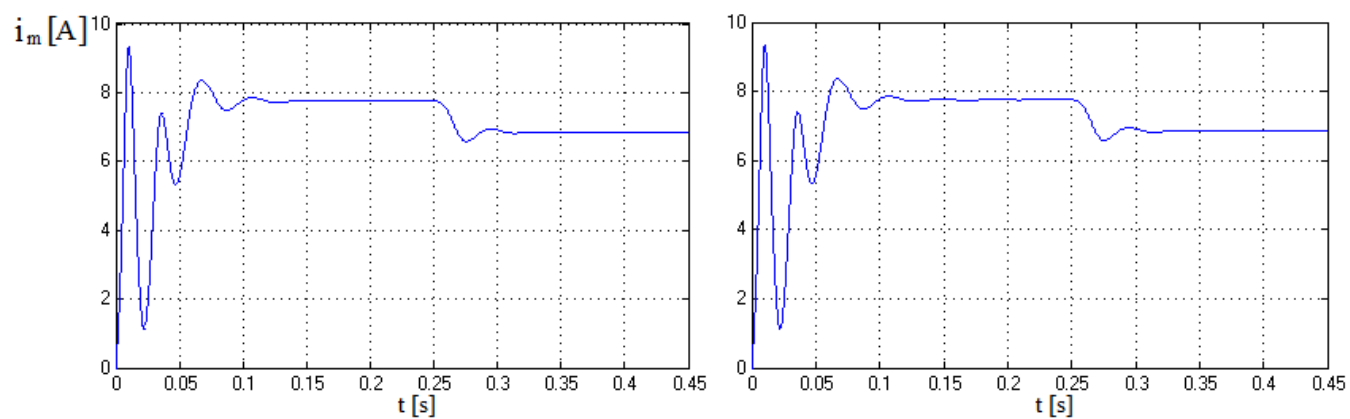
Obr. 22 – Průběh úhlové rychlosti pro 3sl. a 2sl. model AM napájený harmonickým U se zatížením



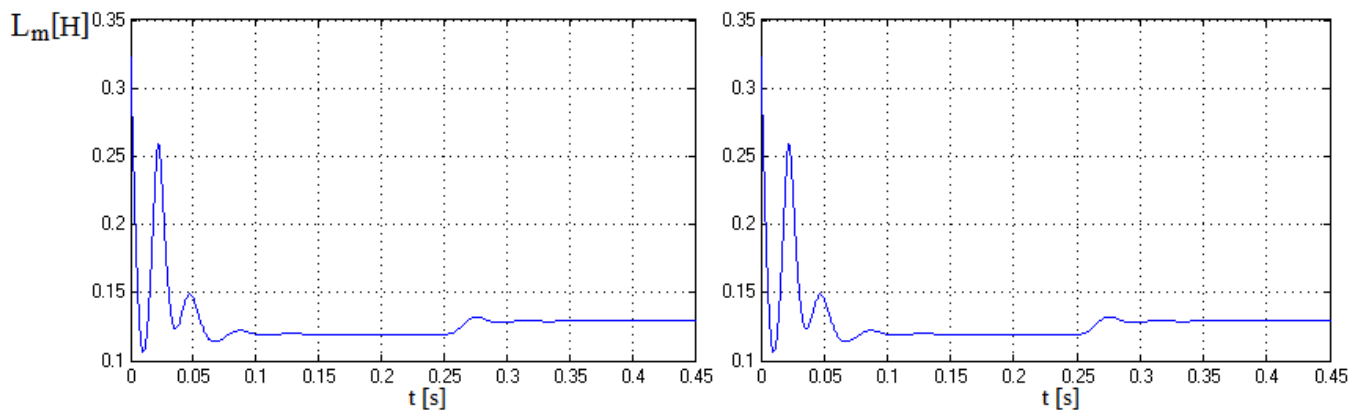
Obr. 23 – Průběh momentu pro 3sl. a 2sl. model AM napájený harmonickým napětím se zatížením



Obr. 24 – Průběh proudu i_{sa} pro 3sl. a 2sl. model AM napájený harmonickým napětím se zatížením

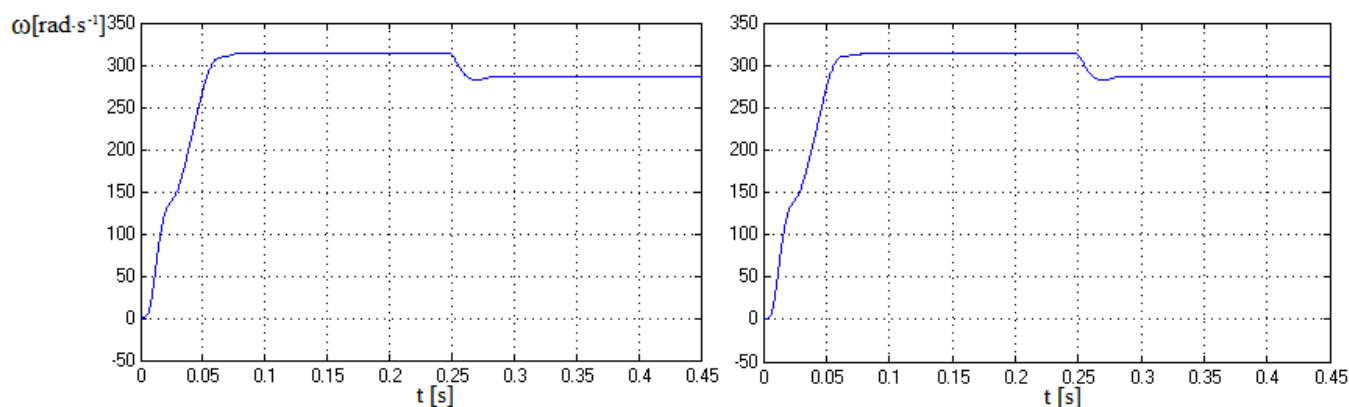


Obr. 25 – Průběh proudu i_m pro 3sl. a 2sl. model AM napájený harmonickým napětím se zatížením

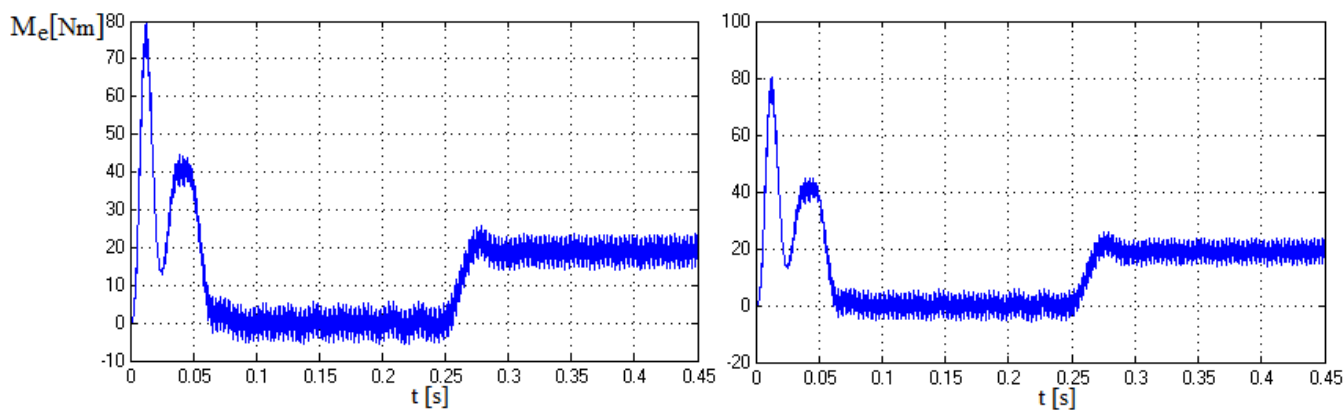


Obr. 26 – Průběh indukčnosti L_m pro 3sl. a 2sl. model AM napájený harmonickým napětím se zatížením

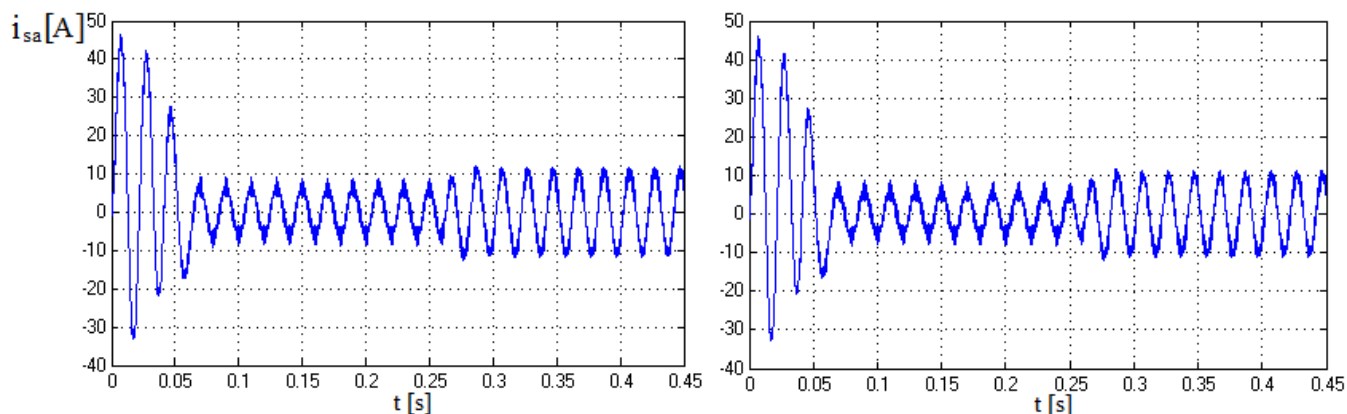
3.4.4 Simulace při zatížení s napájením ze střídače řízeným PWM



Obr. 27 – Průběh úhlové rychlosti pro 3sl. a 2sl. model AM napájený ze střídače s PWM se zatížením



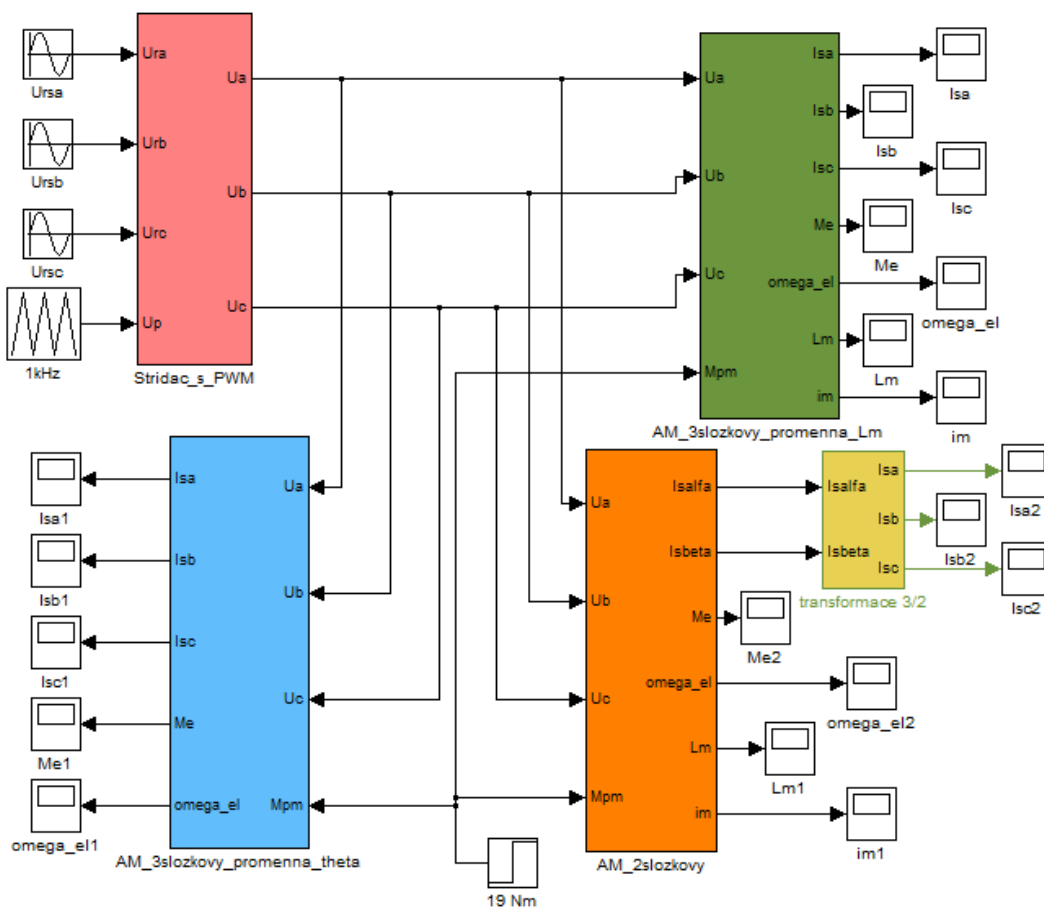
Obr. 28 – Průběh momentu pro 3sl. a 2sl. model AM napájený ze střídače s PWM se zatížením



Obr. 29 – Průběh proudu i_{sa} pro 3sl. a 2sl. model AM napájený ze střídače s PWM se zatížením

3.4.5 Shrnutí poznatků ze simulací

Ještě před zhodnocením průběhů není k zahoezení poukázat na simulační schéma, ze kterého tyto průběhy vychází. Na obr. 30 jsou seskupeny všechny simulační modely a bloky, nutné k jejich realizaci, do jednoho celku. Popis jednotlivých bloků uvnitř souhrnného modelu byl zmíněn už v předchozích kapitolách a dalšího popisu už není třeba.



Obr. 30 – Výsledné blokové schéma všech tří modelů při napájení z PWM

Na první pohled je z průběhů simulace patrné, že se trojsložkový model od dvousložkového neliší. Při použití bloků rozdílových členů a výpočtu efektivní hodnoty zjistíme následující skutečnosti. Odečtením jednotlivých proudů trojsložkového modelu s proměnným úhlem natočení od proudů dvousložkového modelu bychom při absolutní shodnosti měli dosáhnout nulového signálu. V tomto případě se v ustáleném stavu efektivní hodnota proudu obou modelů liší o 370mA, což může být za následek nepřesností a zjednodušování v simulačním modelu, nebo i jinak vyřešeným rotorovým vstupním obvodem v matematickém modelu. Naopak při porovnání s trojsložkovým modelem s konstantními parametry se totožnost modelů výrazně přibližuje, zde se efektivní hodnota proudů v ustáleném stavu liší o zanedbatelných 1,42 mA.

Další poznatkem, který už nesouvisí s porovnáním obou modelů, je v rozdílných průbězích daných odlišným způsobem napájení. Při rozběhu naprázdno je hodnota ustálené úhlové rychlosti popř. otáček dána síťovou frekvencí 50 Hz, tedy $314 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, což z průběhů jasně vyplývá. S rostoucím zatížením se velikost úhlové rychlosti snižuje, konstantní zatížení 19 Nm odpovídá asi $293 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Porovnáním obr. 12 a 17 lze vidět, že při harmonickém napájení se zvětší doba rozběhu o 0,05s a vytvoří určitý překmit oproti napájení skrze střídač s PWM.

S předchozím zjištěním souvisí i moment motoru, který se při napájení ze střídače s PWM ustálí na nulové hodnotě dříve. Z obr. 23 je jasně vidět, že při zavedení zatěžovacího momentu se moment motoru z nuly zvýší právě na tuto hodnotu, kterou poté při stálém zatížení bude udržovat.

Zavedením zatížení lze u průběhů proudů vysledovat, že s rostoucím zatěžovacím momentem by se zvětšila i efektivní hodnota ustáleného statorového proudu.

Z průběhů magnetizačního proudu na obr. 25 a magnetizační indukčnosti na obr. 26 je možno ověřit jmenovité hodnoty při daném zatížení jmenovitým momentem M_{pm} . Při zavedení momentu zátěže se obě hodnoty ustálí na svých jmenovitých hodnotách zmíněných v již naměřených parametrech simulovaného pohonu.

Závěr

Úkolem mé diplomové práce bylo vytvořit simulační model trojsložkového asynchronního motoru (AM) s proměnnými parametry a porovnat tento model s již funkčně ověřeným dvousložkovým modelem s konstantními parametry při odlišném napájení obou modelů. Napájení mělo být realizováno nejprve skrze harmonické napětí a poté skrze napěťový střídač s PWM řízením.

Postup ve vypracování byl následující. Nejprve bylo třeba vytvořit matematický model trojfázového (trojsložkového) AM. Byly naznačeny dvě varianty, které se od sebe lišily způsobem vyhodnocení a uvažování jistých parametrů. První varianta uvažovala úhel natočení rotoru vůči statoru dle autora literatury[1], kde právě úhel natočení byl onen proměnný parametr modelu. Druhá varianta, dle autorů literatury[2][3], modelu tento úhel neuvažovala a pro vyhodnocení proudů resp. toků postačovali parametry konstantní. Dále byl definován matematický model dvoufázového (dvousložkového) a model napěťového střídače s PWM.

Pro vytvoření simulačních modelů se vycházelo z výše uvedených modelů matematických. U realizace modelu s uvažováním úhlu natočení bylo nejpodstatnější adekvátně definovat vzájemné a vlastní indukčnosti figurující v matematickém modelu. To samé platí i pro model s konstantními parametry, a abych svým způsobem dodržel zadání této práce, přivedl jsem do tohoto modelu magnetizační indukčnost zaváděnou v každém kroku simulace, což je právě také proměnný parametr. Mnou vytvořený dvousložkový simulační model jsem nejprve musel porovnat s modelem ověřeným. Jelikož výstupy obou modelů byly naprosto totožné, bylo možné, při porovnávání s trojsložkovým, použít ten můj. Realizace střídače s PWM vycházela z matematického modelu kapitoly 2.4, z něhož simulační model už vytvořil autor[6] a nebylo zde třeba nějaké inovace, nebo dalších zásahů. Proto jsem model realizoval téměř totožně.

Ze simulovaných průběhů je na první pohled patrné, že při porovnání dvou a trojsložkového modelu nedochází k odlišnostem. Detailnějším nahlédnutím v simulačních průbězích už menší rozdíly byly a to zejména u modelu s úhlem natočení, což blíže přibližuje kapitola 3.4.5. Naopak u modelu s respektováním magnetizační indukčnosti, jako proměnným parametrem, byla shoda téměř totožná. Zmíněné nepřesnosti můžou být dány různými aspekty, např. zavedením různých zjednodušujících předpokladů. Nicméně, i tak můžu tvrdit, že trojsložkový model je navrhnut správně a jen nepatrnými úpravami by mohl být naprosto totožný s modelem dvousložkovým.

Použitá literatura

- [1] ČERNÝ, M. *Elektrické pohony II*. VUT Brno 1979.
- [2] FIRAGO, B.I., PAVJAČIK, L. B. *Regulirujemyje elektroprivody přeměnného toka*. ZAO „Těchnoperspektiva“ Minsk 2006. ISBN 985-6591-37-6.
- [3] FIRAGO, B.I., PAVJAČIK, L. B. *Těorija elektroprivoda*. ZAO „Těchnoperspektiva“ Minsk 2004. ISBN 985-6591-20-1.
- [4] NEBORÁK, I. *Pohony s asynchronními motory*[online]. VŠB-TU Ostrava 2009.
Dostupné z: <http://fei1.vsb.cz/kat430/old/Studium/Materialy/MaSEP/kap2_38-78.pdf>
- [5] NEBORÁK, I. *Modelování a simulace elektrických regulovaných pohonů*. Monografie, VŠB-TU Ostrava 2002, 172 stran, ISBN 80-248-0083-7.
- [6] PAVLÍČEK, M. *Modelování a simulace pohonu s trojfázovým asynchronním motorem v programu Matlab-Simulink*. Diplomová práce. VŠB-TU Ostrava 2014.

Příloha

Pro simulační účely zde posloužil asynchronní motor s typovým označením P 112 M04 o níže zmíněných parametrech.

| | |
|------------------------------------|--|
| Jmenovitý činný výkon | 2,7 kW |
| Jmenovitý $\cos\varphi$ | 0,75 |
| Jmenovité otáčky | 1360 min ⁻¹ |
| Počet polpárů | 2 |
| Jmenovitý moment | 19,0 Nm |
| Momentová přetížitelnost | 3,25 |
| Jmenovitý moment setrvačnosti | 0,013 kgm ² |
| Jmenovité statorové napětí | 380/220 V, zapojení Y |
| Jmenovité rotorové napětí | 108 V (sdružené při zapojení Y) |
| Jmenovitý statorový proud | 7,51 A |
| Jmenovitý rotorový proud | 17,0 A |
| Odpor fáze statoru | 1,83 Ω (studený stav); 2,10 Ω (teplý stav) |
| Odpor fáze rotoru | 0,203 Ω (studený stav); 0,233 Ω (teplý stav) |
| Přepočtený odpor fáze rotoru | 2,19 Ω (studený stav); 2,51 Ω (teplý stav) |
| Celkový odpor v železe | 570,3 Ω |
| Rozptylová indukčnost fáze statoru | 0,008 H |
| Rozptylová indukčnost fáze rotoru | 0,008 H |
| Hlavní indukčnost | 0,129 H |
| Jmenovitý statorový tok | 0,877 Wb (modul vektoru) |
| Jmenovitá magnetizační složka | 6,80 A |
| Jmenovitá momentotvorná složka | 8,16 A |
| Rotorová časová konstanta | 54,6 ms |

Tab. 2 – Základní parametry simulovaného pohonu